ઉકેલ
ભૂમિતિ સ્કંધ ૧ લાની સમજ.

પ્રસિદ્ધ કર્તા

ઉમીયાશંકર ધનજી દ્વિવેદી.
પબ્લીક વર્કસ ખાતાના હેડ ઓવરશીયર
વાંકાનેર.

અમદાવાદ મધ્યે.
આર્યોદય પ્રેસ.

સંવત ૧૯૪૪—સન ૧૮૮૮

કિંમત સાડાચાર આના.

૩૪૫૧

ભૂમિતિ સ્કંધ ૧ લાની સમજ.

પ્રસિદ્ધ કર્ત્તા

ઉમીયાશંકર ધનજી દ્વિવેદી.

પબ્લીક વર્કસ ખાતાના હેડ ઓવરશીયર

વાંકાનેર.

અમદાવાદ મધ્યે.

આર્યોદય પ્રેસ.

સંવત ૧૯૪૪—સન ૧૮૮૮.

કિંમત સાડાચાર આના.

અર્પણ પત્રિકા.



મેહેરબાન રાવ બહાદુર ગણપતરાવ

નારાયણરાવ લાડ.

સ્ટેટ કારભારી સાહેબ

સ્વસ્થાન વાંકાનેર.

આપની વિદ્યાવૃદ્ધિ વિષે ઉત્સુકતા તથા પ્રજાના

કલ્યાણાર્થે તત્પરતા જોઇ આપને આ લઘુ

ગ્રંથ અતિ પ્રેમ પૂર્વક અર્પણ કરૂંછું

તે સ્વિકારશો.

વિનંતી.

આપનો તાબેદાર સેવક.

ઉમયાશંકર ધનજી દ્વિવેદી.

પ્રસ્તાવના.

હાલમાં ગુજરાતી છઠ્ઠા ધોરણમાં ભૂમિતિનો વિષય ચાલે છે, વળી ઇંગ્રેજીમાં જેમ હરેક વિષય ઉપર ઘણાં ઘણાં પુસ્તકો હોયછે તેમ ગુજરાતીમાં નથી તેથી તે વિદ્યાર્થીઓને કઠણ પડેછે માટે ભૂમિતિ સ્કંધ ૧લો, માપ કરણ, અને ટ્રેનિંગ કૉલેજની તે વિષયની નોટને અનુસરી આ પુસ્તક બહાર પાડયું છે.

બધી પ્રતિજ્ઞાઓ સવિસ્તર સિદ્ધતાથી આકૃતિઓ સહિત તથા કેટલીક પ્રતિજ્ઞાઓ ઘણી ઘણી રીતે સિદ્ધ કરી છે. વળી વાખ્યા, પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો વિ. ની. સમજુતી પણ આપી છે. છેવટે કેટલીક તારવણી, પ્રશ્નો વગેરે છે.

બોલતી વખતે કૌંસને બદલે આ, એ, તે વગેરે લગાડી બોલી શકાય એવી ગોઠવણ રાખી છે.

આ મારો પ્રથમ પ્રયાસ છે તો તેમાં કાંઈ ભૂલ જણાયતો વાંચનાર સજ્જન લખી જણાવશે. તો ઉપકાર સાથ બીજી આવૃત્તિમાં સુધારવામાં આવશે.

——oOo——

भूमिति स्कंध १ लानी समज.

ભૂમિતિ=(ભૂ=પૃથ્વી+મા=માપવું+તિ=પણું), પૃથ્વીની માપણીની વિદ્યા. એ વિદ્યા યુનાન દેશમાં પહેલાં માપણી માટે થઇ હતી પણ હાલતો આકારનું શાસ્ત્ર એ અર્થમાં છે.

વ્યાખ્યા.

૧ બિંદુ—તેજ જેને સ્થિતિ માત્ર છે પણ ભાગો નથી અથવા જેને તન્માત્ર સ્થિતિ છે તે.

૨ લીટી—તેજ જેને લંબાઇ માત્ર છે પણ પહોળાઈ નથી.

૩ લીટીના છેડાઓ બિંદુઓ હોય છે કેમકે લીટી બિંદુઓથી બનેલી છે.

૪ સીધી લીટી—તેજ જે તેના છેડાઓની વચ્ચે સમાન રહેલી હોયછે.

૫ સફાઇ—તેજ જેને લંબાઇ તથા પહોળાઇ હોય છે.

૬ સફાઇના છેડાઓ લીટીઓ હોય છે.

૭ સપાટ સફાઇ તેજ જે તેના છેડાઓની વચ્ચે સમાન રહેલી હોય છે.

૮ સમતલ ખૂણો—તેજ જે એક સફાઇમાં ઝમે તેવી બે લીટીઓ એકઠી મળે છે પણ એકજ દિશામાં નથી એવી તે લીટીઓનો પરસ્પરનો ઝોક (વલણ) છે.

૯ સમતલ સીધી લીટી ખૂણો—તેજ જે એકઠી મળેછે પણ એકજ સીધી લીટીમાં નથી એવી બે સીધી લીટીઓનો ઝોક છે.

૧૦ જ્યારે એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટી ઉપર પ-
ડીને પાસ પાસેના ખૂણાઓ બરોબર
કરે ત્યારે આ ખૂણા માંહેલા પ્રત્યેક
ને કાટખૂણો કહેછે અને આ લીટીઓ
માંહેની પ્રત્યેક બીજી ઉપર લંબ છે.



૧૧ પહોળો ખૂણો—તેજ જે કાટખૂણા કરતાં
મોટો હોયછે.



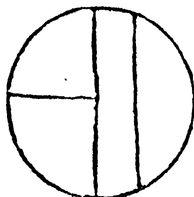
૧૨ સાંકડો ખૂણો તેજ જે કાટખૂણા કરતાં નાનો હોયછે.



૧૩ સીમા અથવા મર્યાદા તેજ જે કોઇ વસ્તુનો છેડો.

૧૪ આકૃતિ—તેજ જે સઘળાની હદ સઘળી તરફથી
એક અથવા વધારે લીટીઓથી થએલી છે.

૧૫ ગોળ—તેજ સપાટ આકૃતિ કે જેની હદ એક અ-
ખંડ લીટીથી થએલી હોય છે, તે
અખંડ લીટીને તેનો ઘેર અથ-
વા પરિઘ કહેછે; અને તેમાં એ-
ક એવું મુકરર બિંદુ છે કે જે-
માંથી તેના પરિઘ સુધી જે
સઘળી લીટીઓ દોરીએ તે
બધી બરાબર થાય.



૧૬ આ બિંદુને (જેમાંથી બરોબર લીટીઓ દોરીછે તેને) ગો-
ળનું મધ્ય બિંદુ કહેછે.

૧૭ ગોળનો વ્યાસ તેજ સીધી લીટી જે મધ્ય બિંદુની
પાર દોરેલી અને જેના છેડા બંને તરફ પરિઘમાં હોયછે.

૧૮ અર્ધગોળ તેજ આકૃતિ કે જેની હદ વ્યાસથી, તથા
વ્યાસથી થએલા ગોળના ભાગથી થએલી હોયછે.

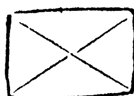
૧૯ ગોળનો ખંડ તેજ આકૃતિ કે જેની હદ એક સીધી

લીટીથી તથા તેનાથી કપાએલા પરિધના ભાગથી થએલી હોય છે.

૨૦ સીધી લીટીથી આકૃતિ તેજ કે જેની હદ માત્ર સીધી લીટીઓથી થએલી હોય છે.

૨૧ ત્રિકોણ તેજ સીધી લીટી આકૃતિ, કે જેની હદ ત્રણ બાજૂઓથી થએલી હોય છે.

૨૨ ચોખૂણાકૃતિ તેજ કે, જેની હદ ચાર બાજૂઓથી થએલી છે. ચોખૂણા કૃતિનાં સામ સામેનાં ખૂણાઓનાં શિરો બિંદુઓને સાંધનારી સીધી લીટીઓને તેની કર્ણ લીટીઓ કહેછે.



૨૩ બહુખૂણ—તેજ સીધી લીટી આકૃતિ કે જેની હદ ચાર કરતાં વધારે બાજૂઓથી થએલી છે.

૨૪ જે ત્રિકોણની ત્રણ બાજૂઓ બરાબર છે તે સમ બાજૂ કહેવાય છે.



૨૫ જે ત્રિકોણની માત્ર બેજ બાજૂઓ બરાબર છે તેને સમદ્વિ બાજૂ ત્રિકોણ કહેછે.



૨૬ વિષમ બાજુ ત્રિકોણ—તેજ કે જેની કોઈ પણ બે બાજૂઓ બરાબર નથી.

૨૭ કાટખૂણ ત્રિકોણ તેજ, જેમાં એક કાટખૂણો છે.



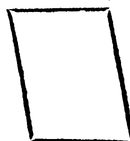
૨૮ પહોળ ખૂણ ત્રિકોણ તેજ, જેમાં એક પહોળો ખૂણોછે.



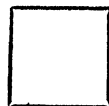
૨૯ સાંકડ ખૂણ ત્રિકોણ તેજ, જેમાં ત્રણે સાંકડા ખૂણાછે.



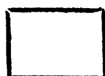
૩૦ સમબાજૂ ચોખૂણાકૃતિ ને સમાંતર સમબાજૂ ચોખૂણ
અથવા લોઝેંજ કહેછે.



૩૧ સમખૂણ લોઝેંજ ને ચોરસ કહેછે.



૩૨ જેના સઘળા ખૂણા કાટખૂણા છે પણ જેની બધી
બાજૂઓ બરાબર નથી. તેને દીર્ઘચોખૂણ
કે કાટ ખૂણ ચોખૂણ કહેછે.



૩૩ રામ્બાઇડ તેજ ચોખૂણ કે જેની સામસામેની બાજૂ-
ઓ બરાબરછે.



૩૪ બીજી સઘળી ચોખૂણા કૃતિઓને ચતુઃસીમા અથવા
ત્રાપીજ્યમ કહેછે.

૩૫ સમાંતર સીધી લીટીઓ-તેજ જેઓ એકજ સફાઇમાં
છે, પણ જેઓને બંને દિશાએ ગમે તેટલી વધારીએ
તો પણ કદી મળે નહીં.



સ્વીકૃત પક્ષો.

૧ એવું સ્વીકારેલું છે, કે કોઇપણ એક બિંદુથી કોઈપણ બીજા બિંદુ સુધી, એક સીધી લીટી દોરી શકાયછે.

૨ એવું સ્વીકારેલું છે, કે અંતવાન સીધી લીટી ગમે તેટલી લંબાઇ સુધી, એક સીધી લીટીમાં વધારી શકાયછે.

૩ એવું સ્વીકારેલું છે, કે કોઇપણ મધ્ય બિંદુ ધારીને તે બિંદુથી કોઇપણ અંતરે એક ગોળકરી શકાયછે.

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો.

૧ જે પરિમિતો, એકજ પરિમિતની બરોબરછે તેઓ અરસ્પરસ બરોબરછે.

૨ જો સમપરિમિતોની સાથે સમપરિમિતો મેળવ્યાં તો સરવાળા સમ થશે જેમ. $+\begin{array}{c}૩\\૨\\\hline ૫\end{array},\begin{array}{c}૩\\૨\\\hline ૫\end{array}$

૩ જો સમપરિમિતોમાંથી સમપરિમિતો બાદ કર્યાતો બાકી સમ રહેશે જેમ. $-\begin{array}{c}૩\\૨\\\hline ૧\end{array},\begin{array}{c}૩\\૨\\\hline ૧\end{array}$

૪ જો વિષમ પરિમિતોની સાથે સમ પરિમિતો મેળવ્યાં તો સરવાળા વિષમ થશે. $+\begin{array}{c}૩\\૨\\\hline ૫\end{array},\begin{array}{c}૨\\૨\\\hline ૪\end{array}$

૫ જો વિષમ પરિમિતોમાંથી સમ પરિમિતો બાદ કર્યાતો બાકી વિષમ રહેશે જેમ. $-\begin{array}{c}૩\\૨\\\hline ૧\end{array},\begin{array}{c}૨\\૨\\\hline ૦\end{array}$

૬ એકજ અથવા બરોબર પરિમિતોની બમણાઇઓ બરોબરછે.

૭ એકજ અથવા બરોબર પરિમિતોનાં અર્દ્ધાં બરોબરછે.

૮ જે પરિમિતો અરસ્પરસ મળી જાયછે અથવા એકજ અવકાશની માંહે બરોબર માઇ રહેછે તેઓ બરાબરછે.

૯ આખું તેના ભાગ કરતાં મોટુંછે.

૧૦ બે સીધી લીટીઓ અવકાશ ઘેરી શકતી નથી.

૧૧ સઘળા કાટ ખૂણા બરોબર હોયછે.

૧૨ જો બે (अब તથા कड) સીધી લીટીઓને એક (इफ) સીધી લીટી એવી રીતે છેદે કે તેની એકજ તરફના માંહેના બે ખૂણાઓ (फइब તથા इफड) નો સરવાળો બે કાટ ખૂણા કરતાં ઓછો હોય તો તે ખૂણાઓ તરફ તે બે સીધી લીટીઓ-ને વધારતાં મળશે અને જે તરફના ખૂણાઓનો સરવાળો બે કાટ ખૂણા કરતાં વધારે હશે તે તરફ વધારતાં નહીં મળે.

કેટલીક સમજુતી.

ભૂમિતિ વિદ્યાનું બિંદુ કે લીટી આપણાથી કાંઈ નીકળી શકે નહીં કેમકે તેમાં જાડાઇ આવે. પણ સિદ્ધતાને માટે માની લઈએ છીએ. સમતલ ખૂણો-બે સીધી લીટીથી થાય, બે વાંકીથી થાય, અને એક સીધી અને એક વાંકીથી પણ થાય.

ખૂણાનું મહત્વ—તે જે બે લીટીઓથી થયો હોય તે લીટીઓ વચ્ચે જેટલું અંતર હોય તેના ઉપર આધાર રાખે છે પણ લીટીઓની લંબાઈના વધારા ઘટારા ઉપર આધાર નથી.

લીટી બે જાતનીછે. ૧ સીધી ૨ વાંકી. સીધી લીટીના બે પ્રકાર-નિયમિત અને અનિયમિત.

ખૂણા ત્રણ જાતના. કાટ ખૂણો, પહોળો ખૂણો, અને સાંકડો ખૂણો.

ત્રિજ્યા—ગોળના મધ્ય બિંદુથી તેના પરિઘ સુધી દોરેલી લીટી.

જ્યા—ગોળના ખંડની હદ જે સીધી લીટીથી થાયછે તે લીટી.

કાટખૂણુ ત્રિકોણુમાં જે બાજૂ કાટખૂણાની સામે છે તેને કર્ણ કહેછે.

સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ—જેની સામ સામેની બાજૂઓ સમાંતર.

ઘન—જેને લંબાઈ, પહોળાઇ અને જાડાઇ હોય તે.

ચોરસના આકારને તાણી કાઢવાથી લોઝેંજ અથવા-હોમ્બસ બને અને કાટખૂણ ચોખૂણના આકારને તાણી કાઢવાથી રામ્બાઈડ બને. ભૂમિતિમાં ત્રાપિજ્યમાં ત્રાપિજોઇડનો સમાવેશ કર્યોછે.

ત્રાપિજોઈડ—તેજ કે જેની સામસામેની બે બાજૂઓ સમાંતર હોય અને બીજી બે ન હોય.

ગોળો—સ્થિર રહેલા વ્યાસની ઉપર અર્ધ ગોળના પરિભ્રમણથી જે ઘન આકૃતિ થાય તે.

૩ અને ૩ એ સમપરિમિત અને ૩ તથા ૫ એ વિષમ પરિમિત છે.

૧૦મું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ ⌒ આવી રીતે બે સીધી લીટીઓ અવકાશ ન ઘેરે કેમકે તેની વ્યાખ્યાથી ઉલટું થાય જો લીટી વાંકી હોયતો તેમ થાય.

અગીઆરમું તથા બારમું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ છેવટે સિદ્ધ કરી બતાવ્યાં છે.

ભૂમિતિમાં આવતા અઘરા શબ્દોની વ્યાખ્યા.

પ્રતિજ્ઞા-ભૂમિતિમાં તર્ક કર્યાથી જે પરિણામો નીકળે તે. પ્રતિજ્ઞા બે પ્રકારની. ૧ કૃત્ય. ૨ પ્રમેય.

કૃત્ય—તેજ કે જેમાં કાંઈ કરવાનું કહેલું છે. જે માગેલું હોય તે આંકણી તથા કંપાસની મદદથી શી રીતે થઈ શકે તે બતાવવું તે કૃત્યનું **સાધન** છે. સાધનમાં દેખાડેલી રીતથી માગેલું પરિણામ બરોબર મળેછે કે નહીં તે સિદ્ધ કરવું તે કૃત્યની સિદ્ધતા.

પ્રમેય—જેમાં કાંઈ તત્વની સત્યતા કહેલીછે તે. જે પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અને વ્યાખ્યાઓ, અથવા તે પ્રમેયની પહેલાં અને તેના ઉપર આધાર નહીં રાખતાં સિદ્ધકરેલી બીજી સત્યતાઓમાંથી, કહેલાં તત્વની સત્યતા કેવી રીતે નીકળી શકે તે કરીબતાવવું એ પ્રમેયની સિદ્ધતાછે.

કૃત્યપ્રતિજ્ઞા સ્વીકૃત પક્ષ જોડે અને પ્રમેય પ્રતિજ્ઞા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ જોડે સંબંધીછે.

સ્વીકૃત પક્ષ—જે કૃત્યનું સાધન સ્વીકારેલું છે તે. પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ તેજ કે પ્રમેયની સત્યતા સિદ્ધતા વિના કબૂલ રાખેલીછે તે.

ઉપન્યાસ—એટલે ધારેલી વાત એટલે પ્રતિજ્ઞાના સમુદાહરણમાં જે કાંઈ વસ્તુ સાચી આપેલીછે એમ ધારેલું છે અને જે ઉપરથી કહેલી અનુમિતિ કાઢવાનીછે તે.

આકૃતિ રચના—ઉપન્યાસ સિવાય પ્રતિજ્ઞા સિધ્ધ કરવાને જે લીટીઓ દોરવી પડે તેને ઘણુંકરીને કહેછે. અનુમાન તેજ, કે જે પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી સહેજ નીકળે છે.

પૂર્વ સિદ્ધાંત—જે પ્રતિજ્ઞા કોઇ વધારે અગત્યની પ્રતિજ્ઞા સ્થાપન કરવાને લખેલી હોયછે તે, જેમ. ૭ મી પ્રતિજ્ઞા ૮ મી પ્રતિજ્ઞા સારૂ લખેલીછે.



પ્રતિજ્ઞા ૨ લી કૃત્ય.

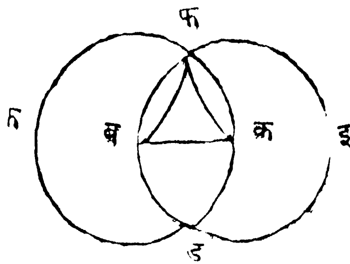
એક કહેલી અંતવાન સીધીલીટી (बक) ઉપર એક
સમબાજૂ ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન.

(ब) બિંદુ મધ્યબિંદુ ધારી, (बक) ત્રિજ્યાએ ૩ જા સ્વી કૃ. પ્ર. એક (कफड) ગોળદોર્યો તેમજ (क) બિંદુને મધ્યબિંદુધારી (कब) ત્રિજ્યાએ એક (बफइ) ગોળદોર્યો. (फ તથા ब) ને અને (फ તથા क) ને ૧ લી સ્વી કૃ. પ્ર. સાંધ્યાં. તો કરવાનો સમબાજુ ત્રિકોણ (बफक) થશે.

સિદ્ધતા.

(बक અને बफ) સીધી લીટીઓ એકજ ગોળની ત્રિજ્યાઓછે માટે તે ૧૫મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે બરોબર તેમજ (बक અને कफ) એ (बफ इ) ગોળની ત્રિજ્યાઓ માટે તે પણ બરાબર. હવે (बक) નીસાથે (ब फ તાથા कफ) બરોબર થઈ માટે તે ત્રણે ૧લા પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર



હવે (बफक) ત્રિકોણની ત્રણે બાજૂઓ બરોબર થઈ માટે તે ત્રિકોણ ૨૪ મી વ્યાખ્યા. પ્ર. સમબાજૂ ત્રિકોણ તેથી કહેલી (बक) અંતવાન સીધી લીટી ઉપર કરવાનો સમબાજૂ ત્રિકોણ (बफक) થયો તે સિદ્ધ.

જેવી રીતે ઉપર કર્યો તેવીજ રીતે નીચે પણ થઈ શકે.

ગોળ અવકાશ ઘેરે એવી અખંડ લીટી છે. આ

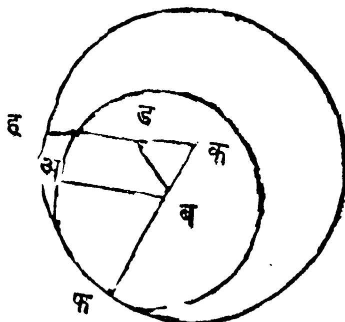
પ્રતિજ્ઞામાં પ્રત્યેક ગેાળ બીજાના મધ્ય બિંદુમાં થઇને જાય છે તેથી તેના પરિઘનેા એક ભાગ, બીજા ગેાળની માંહે અને એક ભાગ બીજાની બહાર પડવેા જોઈએ અને તેથી તે છેદાવા જોઈએ.

પ્રતિજ્ઞા. ૨ કૃત્ય.

એક કહેલા (ड) બિંદુથી એક કહેલી અંતવાન (अब) સીધી લીટીની બરાબર એક સીધી લીટેા દેારવાનું.

સાધન.

(ब અને ड) ને ૧ લા સ્વી કૃ.પ. પ્ર. સાંધ્યાં. અને તે સંધાએલી લીટી ઉપર ૧લી પ્રતિજ્ઞા પ્ર એક (बडक) સમ બાજૂ ત્રિકેાણ કર્યેા અને ब ને મધ્ય બિંદુ ધારી (बअ) ત્રિજ્યાએ ૩જા સ્વી કૃ. પ્ર. પ્ર એક ગેાળ દેાર્યેા. અને (बक)ને (ब) બિંદુનીપાર,ગેાળનાપરિઘને અડતાં (फ)સુધી ૨ જા સ્વી કૃ. પ્ર. વધારી, અને (क)ને મધ્ય બિંદુ ધારી (क फ) ત્રિજયાએ એક મેાટેા ગેાળ ૩ જા સ્વી કૃ પ્ર દેાર્યેા અને (क ड) ને (ड) ની પાર, મેાટા ગેાળના ह ને અડતાં સુધી ૨ જા સ્વી કૃ. પ્ર વધારી તેા દેારવાની લીટી (ड ह) થશે.



સિદ્ધતા.

(क ह) તથા (क फ) મેાટા ગેાળની ત્રિજ્યાએા છે.

માટે તે ૧૫ મી વ્યાખ્યા પ્ર. બરાબર તેમજ (ब अ) અને (ब फ) નાના ગોળની છે માટે તે પણ બરાબર. (क ह) તથા (क फ) એ બરાબર સીધી લીટીઓમાંથી અનુક્રમે (क ड) તથા (क ब) બરોબર બાજૂઓ બાદ કરી તો બાકી (ड ह) તથા (बफ) લીટીઓ ૩ જા પ્રત્ય પ્ર. બરાબર રહી.

હવે (ब फ) ની સાથે (ब अ) તથા (ड ह) બરોબર થઇ માટે તે ત્રણે ૧ લા પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર, તેથી (अ ब) ની બરાબર (ड) બિંદુથી દોરવાની જે લીટી હતી તે (ड ह) થઇ તે સિદ્ધ.

બિંદુ ગમે ત્યાં આપવાથી ઘણી ભૂલો થાય છે માટે
તેમ ન થાય તેવા નિયમ.

૧ કહેલા બિંદુને કહેલી લીટીના એક છેડા સાથે સાંધવું જોઇએ

૨ પહેલા ગોળનું મધ્યબિંદુ કહેલી લીટીનો સંધાએલો છેડો અને તે લીટી ત્રિજ્યા લેવી જોઈએ.

૩ સંધાએલી લીટીની કોઇપણ એક બાજૂએ સમ બાજૂ ત્રિ. દોરી શકાય.

૪ સમ બા. ત્રિ. ની કહેલા બિંદુની સામેની બાજૂ ને નાના ગોળના પરિઘને અડતાં સૂધી વધારાય.

૫ સાંધનારી લીટીની સામે ત્રિ. નું જે શિરો બિંદુ છે તે બીજા ગોળાનું મધ્ય બિંદુ. અને ત્યાંથી તે નાના ગોળના પરિઘને અડતાં સૂધી થએલી લીટીને મોટા ગોળની ત્રિજ્યા લેવાય.

૬ સમ બા. ત્રિ. ની બાકીની બાજૂને કહેલા બિંદુનીપાર, બીજા ગોળના પરિઘને અડતાં સુધી વધારી તો, તે વધારો દોરવાની લીટી થશે.

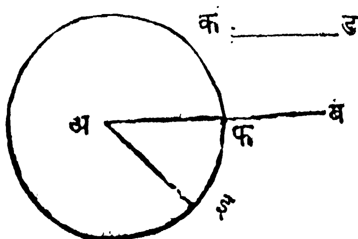
આમાં સમ બા. ત્રિ. ની બાજૂઓ બાદ કરી
તેમ સરવાળો કરીને થઇ શકે.

પ્રતિજ્ઞા. ૩ કૃત્ય.

બે કહેલી સીધી લીટીઓમાંથી મોટી (अब) માંથી નાની (कड) ની બરાબર એક ભાગ કાપવાનું.

સાધન.

મોટી (अब) ના अ છેડાથી, નાની (कड) ની બરાબર (अइ) સીધી લીટી ૨ જી પ્રતિ.પ્ર. દોરી અને (अ) ને મધ્ય બિંદુ ધાર (अइ) ત્રિજ્યાએ એક ગોળ દોર્યો તો કાપવાનો ભાગ (अ फ) થશે.



સિદ્ધતા.

(अफ તથા अ इ) સીધી લીટીઓ એકજ ગોળની ત્રિજ્યાઓછે માટે તે ૧૫ મી વ્યાખ્યા પ્ર. બરાબર. અને (अफ તથા कड) આકૃતિ રચના પ્ર. બરાબર તેથી (अफ, अइ અને कड) ત્રણે ૧ લા પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર. તેથી મોટીમાંથી કાપવાનો ભાગ (अफ) થયો તે સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા. ૪ પ્રમેય.

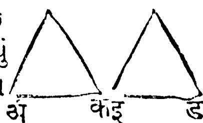
બે (अबक તથા इफड) ત્રિકોણોમાં એકની બે (अ ब તથા बक) બાજૂઓ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની (इफ તથા फड) બાજૂઓની બરોબર હોય અને તે બાજૂઓના અંતરખૂણા (ब તથા फ) પણ બરાબર હોય તોપાયા અ-

થતા બન્નેની (अक तथा इड) બાજૂઓ બરોબર થશે. વળી એક ત્રિકોણના પાયા આગળના ખૂણાઓ (अ તથા क) અનુક્રમે બીજાના પાયા આગળના (इ તથા ड) ની બરોબર થશે અને તે બંને ત્રિકોણો એકરૂપ થશે.

સિદ્ધતા.

(इफड) ત્રિકોણને (अबक) ઉપર ઉપાડીને એવીરીતે મૂકો કે (फ) બિંદુ તે (ब) ઉપર પડે અને (इफ) બાજૂ તે તેની બરાબરની (अब) બાજૂ ઉપર પડે તથા फड તે बक ઉપર પડે.

(फ) બિંદુ તે (ब) સાથે મળીજાયછે અને (इफ) બાજૂ (अब) બાજૂઉપર મૂકેલીછે અને તે બરોબરછે માટે (इफ) નું (इ) બિંદુ તે (अ) ઉપર પડવું જોઈએ જો ન પડે તો ઉપન્યાસથી ઉલટું થાય એટલે તે બાજૂઓ બરોબર થાય નહીં. फ બિંદુ (ब) ઉપર પડેલુંછે અને (फ તથા ब) અંતરખૂણાઓ બરાબર છે માટે (फड) નું (ड) બિંદુ (क) ઉપર પડવું જોઈએ જો ન પડે તો અંતરખૂણાઓ બરાબર થાય નહીં માટે મળીગયું.



(इड) બાજૂનાં (इ તથા ड) બિંદુઓ અનુક્રમે (अक) નાં (अ તથા क) સાથે મળીજાયછે માટે (इड) તે (अक) સાથે મળવીજોઈએ જો ન મળેતો ૧૦ મા પ્રત્ય. પ્ર. થી ઉલટું થાય.

હવે (इफड) ત્રિકોણની (इफ તથા इड) બાજૂઓ અનુક્રમે (अबक) ત્રિકોણની (अब તથા अक) બાજૂ સાથે મળીજાયછે માટે डइफ ખૂણો તે कअब ખૂણાસાથે મળીગયો તેથી ૮મા પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર. તેમજ (इड તથા फड) બાજૂઓ અનુક્રમે (अक તથા बक) ની સાથે મળીજાયછે

માટે इडफ ખૂણો તે अकत्र ખૂણા સાથે મળી ગયો તેથી તે બંને ૮મા પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર.

इफड ત્રિકોણુની ત્રણ બાજૂઓ અનુક્રમે, બીજા (अ बक) ત્રિ. ની ત્રણુબાજૂઓ સાથે મળી જાયછે માટે તે બંને ત્રિકોણુ ૮ મા પ્રત્ય. પ્ર. પ્ર. એકરૂપ થયા તે સિદ્ધ.

નિયમો.

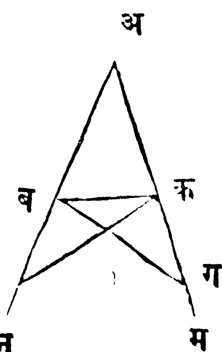
૧ બરોબર ખૂણાઓનાં શિરો બિંદુઓ એક ઉપર એક મૂકવાં
૨ ત્રિકોણુની જમણી તરફની બે બરાબર બાજૂઓને એક ઉપર એક મૂકવી તેમજ ડાબીને પણ મૂકવી.
૩ તે બે બાજૂઓનાં નીચલાં બિંદુ તેની બરાબરની બાજૂઓનાં બિંદુઓ સાથે મેળવવાં.
૪ પાયા મેળવવા. ૫ ખૂણા મેળવવા.

પ્રતિજ્ઞા ૫ મી. પ્રમેય.

એક(बअक) સમદ્વિબાજૂત્રિકોણુની (अत्र) તથા (अ क) બરોબર બાજૂ સામેના ખૂણાઓ બરોબર થશે અને બરોબર બાજૂઓને ત્રીજી બાજૂ (ब क) ના (ब તથા क) છેડાની પાર વધારી તો વધારેલા ભાગો અને ત્રીજી બાજૂથી થએલા બહારના ખૂણાઓ પણ બરોબર થશે.

સિદ્ધતા.

(अ ब) તથા (अ क) બાજૂઓને અનુક્રમે (न તથા म) બિંદુઓ સુધી વધારી. અને વધારા સહિતની આખી લીટીમાં (ब) બિંદુની પાર એક (फ) બિંદુ લીધું અને (फ अ) નીબરાબર (अ म) માંથી એક (अ ग) ભાગ ૩ જી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. કાપ્યો અને (फ તથા क) ને અને (ग તથા ब) ને ૧ લા સ્વી કૃ. પ્ર. સાંધ્યાં.



(फ अक તથા ग अ ब) ત્રિકોણમાં (फ अते अ ग) ની બરોબર આકૃતિ ર૫. પ્ર° અને (अ क ते अ ब) ની બરાબર ઉપન્યા. પ્ર. અને (अ) ખૂણો બંનેમાં સામાન્ય તેથી બંને ત્રિકોણો ૪ થા પ્રતિ. પ્ર. એક રૂપ તેથી अ ખૂણા સામેની फ क તથા ब ग બાજૂઓ બરાબર; फ અને अ ग બાજૂ સામેનો गब अ ખૂણો તે તેની બરાબરની फ अ બાજૂ સામેના (फ क अ) ની બરાબર, અને अ ब સામેનો (ब ग अ) ખૂણો તે (फ अ क) ત્રિકોણમાં (अ क બાજૂ સામેના (कफअ ખૂણાની બરોબર.

હવે (फ अ તથા अ ग) બરાબર બાજૂઓમાંથી અનુક્રમે (अ ब તથા अ क) બરોબર બાજૂઓ બાદ કરી તો બાકી (ब फ તથા क ग) બાજૂઓ બરાબર રહી ૩ જા પ્રત્ય. પ્ર. પ્ર.

હવે (ब फ क) ત્રિકોણની (ब फ તથા फ क) બાજૂ તથા (ब फ क ખૂણો તે અનુક્રમે (क ग ब) ત્રિકોણની (क ग બાજૂ ग ब બાજૂ) તથા (कगब) ખૂણાની બરાબર છે એવું ઉપર સિદ્ધ કર્યું માટે તે બંને ત્રિકોણો ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. એક રૂપ તેથી (क ग ब) ત્રિકોણની (क ग) બાજૂ સામેનો (क ब ग) ખૂણો તે (बफ) બાજુ સામેના (बकफ) ખૂણાની બરાબર.

હવે (ग ब अ) અને (फ क अ) એ બરાબર ખૂણાઓ માંથી અનુક્રમે (क ब ग તથા ब कफ) બરાબર ખૂણા બાદ કર્યા તો બાકી (कबअ) તથા (बकअ) અંદરના ખૂણા-

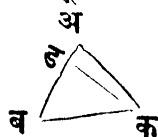
ઓ બરાબર રહ્યા ૩ જા પ્રત્ય. પ્ર. પ્રમાણે અને (फक) બાજૂ સામેનો (फबक) ખૂણો તે (गब) સામેના (ब क ग) ખૂણાની બરાબર તેથી તે બહારના ખૂણાઓ બરાબર થયા તે સિદ્ધ

પ્રતિજ્ઞા ૬ પ્રમેય.

જો (ब अ क) ત્રિકોણના બે ખૂણાઓ બરોબર હોય તો તેઓની સામેની બાજૂઓ બરાબર થશે.

સિદ્ધતા

હવે (अ क) બાજૂ સાથે (अ ब) બાજૂ બરાબર, નાની કે મોટી થશે ધારો કે મોટીછે.



તો (अ ब) બાજૂમાંથી, નાની (अ क) ની બરાબર बથી (बड) ભાગ ૩ જી. પ્રતિ પ્ર. કાપ્યો અને (ड तथा क) બિંદુઓને ૧ લા સ્વા. ૫. પ્ર. સાંધ્યાં,

(ब ड क) ત્રિકોણની (ब ड) બાજૂ તે (ब अ क) ત્રિની (अ क) બાજૂની બરાબર આ કૃ. ૨ચ. પ્ર. અને (ब क) બંનેમાં સામાન્ય અને (क ब ड) ખૂણો તે (ब क अ) ખૂણાની બરાબર ઉપન્યાસ પ્ર. તેથી બંને ત્રિકોણો ૪ થી પ્રતિ. પ્ર. એક રૂપ–

હવે આખો (बअक) ત્રિકોણ, તેના ભાગ (बडक) ની બરાબર થાય તે ૯ મા પ્રત્ય. પ્ર. પ્ર. થી ઉલટું માટે (अ क) બાજૂ કરતાં (अ ब) બાજૂ મોટી નથી એ સિદ્ધ તેમ નાની પણ નહીં થાય માટે બરોબર છે એ સિદ્ધ—

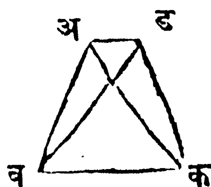
આમાં કાપવાનો ભાગ શિરોબિંદુથી ન લેતાં નીચલા બિંદુથીજ લેવો જોઇએ. શિરોબિંદુથી કાપવાથી અને

બાજૂને વધારી તે પછી કાપવાથી થાય તેમાં ૧૬ મા પ્ર- તિજ્ઞા લાગુ પડી શકે.

પ્રતિજ્ઞા. ૭ મી પ્રમેય.

એકજ (बक) સીધી લીટી ઉપર અને તેની એકજ બાજૂ તરફ જેની સીમા વાળી બાજૂઓ (बअ તથા बड અને कअ તથા कड) બરોબર થાય એવા (बअक તથા बडक) બે ત્રિકોણો કરી શકાતા નથી.

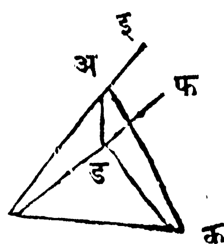
૧ જો થઇ શકતા હોયતો ધારો કે એક ત્રિકોણનું શિરો બિંદુ બીજા ત્રિકોણની બહાર પડે એવા બે ત્રિકોણ દોર્યા. અને (क તથા ड) ને ૧ લાસ્વી ક પ્ર. સાંધ્યાં તેથી (बअड તથા कअड) ત્રિકોણો થયા. (बअड) ત્રિકોણની (बअ તથા बड) બાજૂઓ ઉપન્યાસ પ્ર. બરાબર તેથી તે ત્રિકોણ રપગી.



વ્યાખ્યા પ્ર. સમદ્વીબાજૂ તથા ૫ મી પ્રતિ. પ્ર. (बडअ તથા बअड) ખૂણાઓ બરાબર. હવે (कअड) ખૂણા કરતાં बअड ખૂણો ૯ મા પ્રત્ય. પ્ર. મોટો તેથી (कअड) કરતાં (बडअ) પણ મોટો અને (बडअ) કરતાં (कडअ) ખૂણો ૯ મા પ્રત્ય. પ્ર. મોટો માટે (कअड) કરતાં (कडअ) ઘણો મોટો.

હવે (कअड) ત્રિકોણની (कअ તથા कड) બાજૂઓ ઉપન્યાસ પ્ર. બરાબર તેથી ૫ મી પ્રતિ. પ્ર. (कअड તથા कडअ) ખૂણાઓ બરાબર પણ આગળ તે બંને મોટા, નાના કર્યા અને અત્યારે બરાબર થાયછે માટે कअ તથા कड બાજૂઓ બરાબર નથી અને જો તે બરાબર થાયતો (बअ તથા बड) બરાબર નહીં થાય.

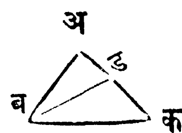
૨ ધારો કે એક ત્રિકોણનું શિરો બિંદુ બીજા ત્રિકોણની અંદર પડે એવા બે ત્રિકોણો કર્યા. बअड ત્રિકોણની बअ તથા बड બાજૂઓ ઉપન્યાસ. પ્ર. બરાબર તેથી તે ત્રિકોણની બહારના



(डअइ તથા फडअ) ખૂણાઓ ૫ મી પ્રતિ. પ્ર. બરાબર—હવે (डअक) કરતાં (डअइ) ૯ મા પ્રત્ય. પ્ર. મોટો. તેથી તેના કરતાં (फडअ) પણ મોટો અને (फडअ) કરતાં (कडअ) ૯ મા પ્રત્ય. પ્ર. મોટો માટે (डअक) કરતાં (कडअ) ઘણોજ મોટો.

(कअड) ત્રિકોણની (कअ તથા कड) બાજૂઓ ઉપન્યા. પ્ર. બરાબર તેથી ૫ મી પ્રતિ. પ્ર. (डअक તથા कडअ) ખૂણાઓ બરાબર; પણ આગળ નાના મોટા કર્યા માટે (कअ તથા कड) બાજૂઓ બરાબર નથી. અને તે બાજૂઓ બરોબર થશે તો बअ તથા बड) બરોબર નહીં થાય.

૩ ધારો કે એક ત્રિકોણનું શિરો બિંદુ બીજા ત્રિની બાજૂમાં પડે એવાં બે ત્રિકોણ કર્યા. આમાં (डक તથા अक) બાજૂઓ બરાબર થાય એ ૯ મા પ્રત્ય. પ્ર. થી ઉલટું માટે તેવા બે ત્રિકોણ કરી શકાય નહીં.

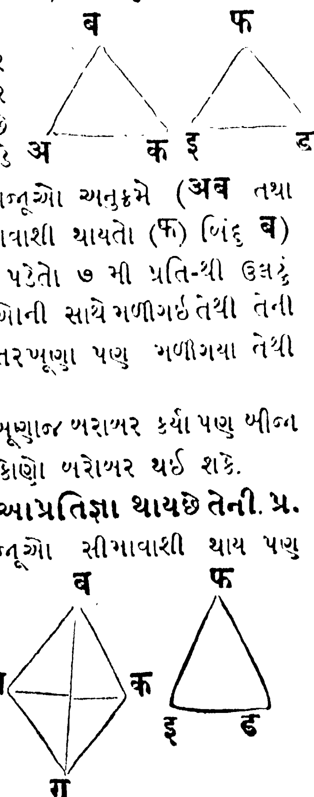


હવે એકજ સીધી લીટી ઉપર અને તેની એકજ બાજૂ તરફ જેની સીમાવાળી બાજૂઓ બરાબર થાય એવા કોઇ પણ રીતે બે ત્રિકોણો કરી શકાતા નથી એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા. ૮ મી પ્રમેય.

જો બે ત્રિકોણો (अबक તથા इफड) માં એકની બે બાજૂઓ (अब તથા बक), અનુક્રમે બીજાની બે (इफ તથા फड) બાજૂઓની બરાબર હોય અને (अक) પાયો પણ (इड) પાયાની બરોબર હોયતો બરોબર બાજૂઓથી થએલા અંતરખૂણા (ब તે फ) ની બરોબર થશે.

(इफड) ત્રિકોણને (अबक) ત્રિકોણ ઉપર ઉપાડીને એવી રીતે મૂકો કે (इड) પાયો તે (अक) પાયા ઉપર પડે અને (अक) પાયા ઉપર (अबक) ત્રિકોણ જે તરફ છે તે તરફ (इफड) ત્રિકોણ પડે અને (इफ તથા फड) બાજૂઓ અનુક્રમે (अब તથા बक) બાજૂની સાથે સીમાવાશી થાયતો (फ) બિંદુ ब) ઉપરજ પડવું જોઈએ જો ન પડેતો ૭ મી પ્રતિ-થી ઉલટું થાય માટે બાજૂઓ, બાજૂઓની સાથે મળીગઈ તેથી તેની વચ્ચેના (फ તથા ब) અંતરખૂણા પણ મળીગયા તેથી ૮ મા પ્રત્ય .પ્ર. બરાબર.



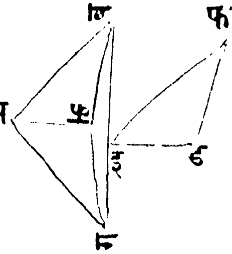
આ પ્રતિજ્ઞાગાં ફકત અંતરખૂણાજ બરાબર કર્યા પણ બીજા ખૂણાઓ તથા તે ત્રિકોણો બરોબર થઈ શકે.

સાતમી પ્રતિજ્ઞા વગર આપ્રતિજ્ઞા થાયછે તેની. પ્ર.

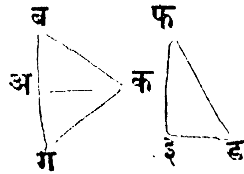
આમાં બરોબર બાજૂઓ સીમાવાશી થાય પણ ત્રિકોણો વિરૂદ્ધ દિશાએ પડ્યા. ब તથા ग ને ૧ લા સ્વી. પ્ર. સાંધ્યાં. (ग अ ब તથા ग क ब) ત્રિકોણો લીધા. તેમાં (गअब) ત્રિકોણના (अ ब ग તથા अ ग ब) ખૂણા બરા-

બર ૫ મી પ્રતિ. પ્ર. તેમજ (गबक તથા कगब) ખૂણા બરાબર. સમપરિમિતોમાં સમપરિમિતો મેળવ્યાં તો (अ-बक) ખૂણો તે (अगक) ખૂણાની બરાબર ૨ જા પ્રત્ય. પ્રમાણે.

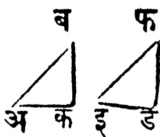
આમાં ૫ મી પ્રતિ. લાગુ પાડી મોટા (अ ब ग) તથા (ब ग अ) બરાબર ખૂણાઓમાંથી અનુક્રમે નાના (ग ब क) તથા (क ग ब) ખૂણા બાદ કરવાથી ૩ જા પ્રત્ય પ્ર. (अ ब क) ખૂણો તે (अ ग क) ની બરાબર થશે.-



આમાં સ્થાનો પરી કરી ૫ મી પ્રતિ. લાગુ પડવાથીજ થશે કેમકે કાટ ખૂણુ ત્રિકોણ છે



આ ત્રિકોણુમાં બે ગોળ દોરવા પડેછે—૧ अ મધ્યબિંદુ ધારી (अब) ત્રિજ્યાએ અને બીજો (क) મધ્ય બિંદુ ધારી (कब) ત્રિજ્યાએ ૩ જાની ૬ પ્ર. દોર્યા (अब) તે (इफ) ની તથા (कब) તે (फड) ની બરાબર ઉપન્યા પ્રમાણે છે. તેથી તે (इफ) તથા (फड) નું એકજ બિંદુ (फ) બે ગોળમાં હોવું જોઇએ અને એવાં બિંદુએ ઉપર ને નીચે હોય પણ ત્રિકોણ ઉપર પાડ્યા છે તેથી તે ब જ છે માટે તે બાજૂઓ મળી માટે ખૂણા પણ મળ્યા એ સિદ્ધ.



પ્રતિજ્ઞા ૯ કૃત્ય.

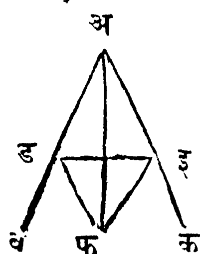
કોઈ કહેલા (क अ ब) સીધી લીટી ખૂણાને દ્વુ ભાગવાનું

સાધન.

(अ ब) બાજૂમાં ह બિંદુ લીધું અને अ क બાજૂ માંથી अ ह ની બરોબર (अ इ) ભાગ ૩ જી પ્રતિ. પ્ર. કાપ્યો અને (ड તથા इ ને. ૧ લા સ્વી કૃ. પ્ર. સાંધ્યાં અને ह इ પાયા ઉપર ૧ પ્રતિ પ્ર (ड फ इ) સમ બાજૂ ત્રિ કર્યો. અને अ ને फ ને સાંધ્યાં તો अ फ દ્વુ ભાગ લીટી થશે.

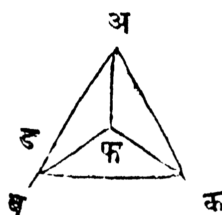
સિદ્ધતા.

(ड अ फ તથા फ अ इ) ત્રિકોણોમાં अ ह તથા अ इ) બાજૂઓ આકૃતિ ૨-ચ. પ્ર. બરાબર, અને (अ फ) બાજૂ બંનેમાં સામાન્ય અને (फ ड) પાયો તે फइ ની બરાબર કેમકે સમબાજૂ ત્રિ.ની બાજૂ છે. તેથી તે બંને ત્રિકોણુ ૮ મી પ્રતિ. પ્ર. એક રૂપ તેથી फ ह

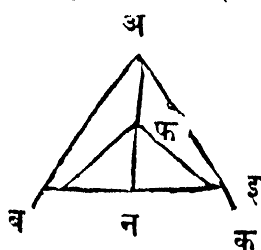


બાજૂ સામેનો फ अ ड ખૂણો તે फ इ બાજૂ સામેના फ अ इ ખૂણાની બરાબર તેથી क अ ब સીધી લીટી ખૂણો દ્વુ ભગાયો એ સિદ્ધ.

૨ આવી રીતે અંદર સમ બાજૂ ત્રિકોણુ કરીને થાય તેમાં પહેલા બે ઉપલા ત્રિકોણુ લઈ ૮ મી પ્રતિ પ્ર. એક રૂપ કરવાથી થશે.



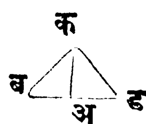
દુ ભાગવાનો ખૂણો પહોળો હોય તો. સમ બાજૂ



ત્રિકોણ તેની ઉપર પડે અ-થવા સામો પડે. અને જો તે સાંકડો હોય તો સમ બા-જૂ ત્રિકોણ તેની અંદર કે સામી બાજૂએ પડે. આવી રીતે સમ બાજૂ ત્રિકોણ ઉપર પડે. તેમાં પહેલા ઉ-પલા ત્રિકોણ લઇ ૮ મી પ્રતિ પ્ર. એક રૂપ કરી ગયા-બાના ખૂણા બરાબર કરી, મોટા બે ત્રિકોણ લઈ ૪ થી પ્રતિ પ્ર. એક રૂપ કરી પાયાઓ બરાબર કરી, નાના ત્રિકો-ણો લઈ આઠ મી પ્રતિ. પ્ર. એક રૂપ કરી દુ ભાગવાનો ખૂણો બરાબર કરવો.

પ્રતિજ્ઞા ૧૦ મી કૃત્ય.

એક કહેલી (बड) અંતવાન સીધી લીટી ને દુ ભાગવાનું—



સાધન.

કહેલી લીટી ઉપર ૧ લી પ્રતિ. પ્ર. એક (बकड) સમબાજૂ ત્રિકોણ કર્યો અને (बकड) સીધી લીટી ખૂણાને ૯ મી પ્રતિ. પ્ર. દુભાગ્યો તો કહેલી લીટી (अ) બિંદુ આગળ દુભગાશે.

સિદ્ધતા.

(अकड તથા अकब) ત્રિકોણોમાં (डक તથા बक) બાજૂઓ આકૃતિ ૨ચ. પ્ર. બરાબર અને अक બાજૂ

બંનેમાં સાધારણ અને (अकड तथा अकब) ખૂણાઓ બરાબર આકૃતિ ૨ચ. પ્ર. તેથી તે બંને ત્રિકોણ ૪ થી પ્રતિ. પ્ર. એક રૂપ તેથી બરાબર ખૂણા સામેના પાયા પણ બરાબર તેથી (बड) અંતવાન સીધી લીટી (अ) બિંદુ આગળ દુભગાઇ તે સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા. ૧૧ મી કૃત્ય.

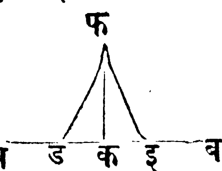
એક કહેલી (अब) સીધી લીટીમાં એક કહેલા (क) બિંદુથી કહેલી લીટી ઉપર લંબ દોરવાનું.

સાધન.

(अक) સીધી લીટીમાં (ड) બિંદુ લીધું અને (डक) ની બરાબર (कब) માંથી (कइ) ભાગ ૩ જી પ્રતિ. પ્ર. કાપ્યો અને (डइ) પાયા ઉપર ૧ લી પ્રતિ. પ્ર. એક (डफइ) સમબાજુ ત્રિકોણ કર્યો. (फ तथा क) ને ૧ લી સ્વીકૃ. પ્ર. સાંધ્યા, તેથી फक) લીટી લંબ થશે.

સિદ્ધતા.

(डफक तथा कफइ) ત્રિકોણોમાં (डफ તે इफ) ની તથા (डक તે कइ) ની બરાબર આકૃતિ ૨ચ. પ્ર. અને (फक) બાજૂ બંનેમાં સામાન્ય તેથી બંને ત્રિકોણ ૮ મી પ્રતિ. પ્ર. એક રૂપ તેથી डफ સામેનો (डकफ) ખૂણો, તે इफ સામેના (इकफ) ખૂણાની બરાબર.



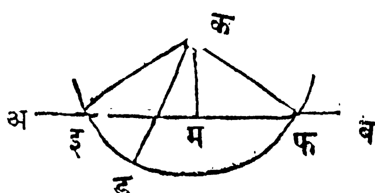
હવે (डइ) સીધી લીટી ઉપર (फक) સીધી લીટી પડીને પાસપાસેના (डकफ तथा इकफ) ખૂણાઓ બરાબર કરેછે, માટે તે (फक) સીધી લીટી (डइ) સીધીલીટી ઉપર ૧૦ મી વ્યાખ્યા પ્ર. લંબ છે. તેથી क બિંદુથી દોરવાનો લંબ (फक) થયો તે સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા. ૧૨ મી કૃત્ય.

એક કહેલી અનિયમિત સીધી લીટી (**अब**) ઉપર તેની બહાર કહેલા (**क**) બિંદુથી એક લંબદોરવાનું.

સાધન.

કહેલી લીટીની બીજી તરફ એક (**ड**) બિંદુ લીધું અને તેને તથા **क** ને સાંધ્યા ૧ લા સ્વીકૃ. ૫. પ્ર. અને **क** ને મધ્યબિંદુ ધારી (**कड**) ત્રિજ્યાએ ૩ જા સ્વીકૃ. પ્ર. એક ગોળ દોર્યો. **क** અને **इ** ને તથા **क** ને **फ** ને ૧ લા સ્વીકૃ. પ્ર. સાંધ્યાં. અને **इफ** સીધી લીટીને (**म**) બિંદુ આગળ ૧૦ મી પ્રતિ. પ્ર. દુભાગી અને (**म** તથા **क**) સાંધ્યાં ૧ લા સ્વીકૃ. પ્ર. તો દોરવાનો લંબ **कम** થશે.



સિદ્ધતા.

(**इकम** તથા **मकफ**) ત્રિકોણોમાં **इफ** તથા **कफ** બાજૂઓ, એકજ ગોળની ત્રિજ્યાઓ માટે બરાબર, અને **इम** તથા **मक** આકૃતિ રચ. પ્ર. બરાબર અને **कम** બંને ત્રિકોણોમાં સામાન્ય તેથી બને ત્રિકોણો ૮મી પ્રતિ. પ્ર. એક રૂપ તેથી **इक** તથા **कफ**) બાજૂ સામેના (**इमक** તથા **फमक**) ખૂણાઓ બરાબર.

હવે (**अब**) સીધી લીટી ઉપર (**कम**) સીધી લીટી પડીને (**इमक** તથા **फमक**) ખૂણાઓ બરાબર કરેછે તો

તે (कम) સીધીલીટી (अब) લીટી ઉપર ૧૦ મી વ્યાખ્યા પ્ર. લંબછે એ સિદ્ધ.

આ પ્રતિજ્ઞામાં કહેલી લીટી અનિયમિતજ જોઈએ કેમકે તેમ ન હોય તો ગોળથી તે છેદાય નહીં.

પ્રતિજ્ઞા. ૧૩ પ્રમેય.

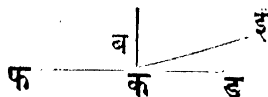
જ્યારે એક (अब) સીધી લીટી ઉપર બીજી (डक) સીધી લીટી પડીને તેની સાથે જે ખૂણા કરેછે તે ખૂણા કાટખૂણા થશે અથવા તે બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર થશે.

જો (अब) સીધી લીટી ઉપર (डक) સીધી લીટી લંબ હોય તો (अडक તથા बडक) ખૂણા ૧૦ મી વ્યાખ્યા. પ્ર. કાટખૂણા. જો લંબ ન હોય તો (अब) સીધી લીટી ઉપર (ड) બિંદુથી એક (डइ) લંબ ૧૧ મી પ્રતિ. પ્ર. દોર્યો. તેથી (बडइ તથા अडइ) ખૂણા ૧૦ મી વ્યાખ્યા પ્ર. કાટખૂણા. (बडइ) ખૂણો, (बडक તથા कडइ) મળીને થએલોછે. હવે તે બંને (ब ड इ તથા ब ड क ને क ड इ ના સરવાળા) માં (अडइ) ખૂણો મેળવ્યો તો (अडइ તથા बडइ) નો સરવાળો, (अडइ તથા बडक અને कडइ) ના સરવાળાની બરોબર ૨ પ્રત્ય. પ્રમાણે (अडक) ખૂણો (अडइ તથા कडइ) મળીને થએલોછે તો તે બંને (अडक તથા તેની બરાબરના अडइ ને कडइ ના સરવાળા)માં (बडक) ખૂણો મેળવ્યો તો (अडक તથા बडक)નો સરવાળો, (अ ड इ તથા क ड इ અને ब ड क) ના સરવાળા બરાબર ૨ જા પ્રત્ય પ્ર. હવે (अ ड इ + क ड इ + ब ड क ની બરાબર, (अ ड इ તથા ब ड इ) નો સર-

વાળો અને (अ ड क તથા ब ड क) તેા સરવાળો બરાબર થયેા તેથી ૧ લા પ્રત્ય પ્ર. अ ड क તથા ब ड क નેા સરવાળો, (अ ड इ તાથા ब ड इ) ના સરવાળા બરાબર અને તે કાટખૂણા છે માટે (अ ड क તથા ब ड क) નેા સરવાળેા બે કાટખૂણા બરાબર થયેા એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા. ૧૪ પ્રમેય.

જો (अ ब) સીધી લીટીના (ब) બિંદુ આગળ તેની વિરૂદ્ધ દિશાએથી (फक અને डक) સીધી લીટીઓ આવીને મળે અને જે ખૂણાઓ કરે તેઓ નેા સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર હેાય તેા તે (फक તથા डक) સીધી લીટીઓ મળીને એક અખંડ સીધી લીટી થશે.



સિદ્ધતા.

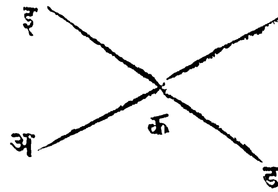
ધારેાકે (फक) સીધી લીટીનેા વધારેા (डक) સીધી લીટી નથી પણ (कइ) છે. હવે (फइ) સીધી લીટી ઉપર (अब) સીધી લીટી પડીને પાસ પાસેના જે अकफ તથા अकइ ખૂણા કરેછે તે એનેા સરવાળેા બે કાટખૂણા બરાબર ૧૩ મી પ્રતિ. પ્રમાણે. અને ઉપન્યાસમાં (अकफ) તથા (अकड) ખૂણાનેા સરવાળેા બે કાટખૂણા બરાબર આપેલેા છે તેા તે બંને સરવાળા ૧૧ મા પ્રત્ય પ્ર. બરાબર, હવે તે બરાબર સરવાળામાંથી (अकफ) સામાન્ય ખૂણેા બાદ કર્યો તેા બાકી (अकइ) તથા अकड) ખૂણા રહ્યા તે ૩ જા પ્રત્ય પ્ર. બરાબર. પણ એ ૯ મા પ્રત્ય પ્ર. થી ઉલટું કેમકે अकड ખૂણેા अकइ કરતાં મેાટેા છે માટે फकनेा

વધારો **कइ** નથી તેમ બીજી કોઈ પણ નહીં થાય માટે **फक** નો વધારો **डक** છે એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા. ૧૫ પ્રમેય.

જો (**अ ब** તથા **इ ड**) સીધી લીટીઓ એક બીજાને છેદે તો સામસામેના (**अकइ** તે **बकड**) ની તથા (**इकब** તે **डकअ**) ખૂણાની બરાબર થશે.

अ ब સીધીલીટી ઉપર **इ क** સીધીલીટી પડીને જે પાસપાસેના (**अकइ** તથા **बकइ**) ખૂણાઓ કરે છે તેમનો સરવાળો ૧૩ મી પ્રતિ. પ્ર. બે કાટખૂણા બરાબર. અને (**इड**) સીધીલીટી ઉપર (**कब**) સીધીલીટી પડી પાસપાસેના



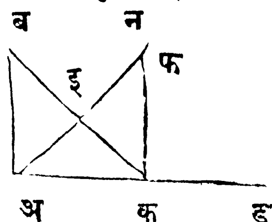
(**ब क ड** તથા **ब क इ**)ખૂણા કરે છે તેમનો સરવાળો ૧૩ મી પ્રતિ. પ્ર. બે કાટખૂણા બરાબર. તેથી (**अकइ** તથા **बकइ**)નો સરવાળો તે (**बकड** તથા **बकइ**)ના સરવાળા બરાબર. ૧૧ મી. પ્રત્ય. પ્રમાણે. તે બંને બરોબર સરવાળામાંથી (**बकइ**) સામાન્ય ખૂણો બાદ કર્યો તો બાકી (**अकइ** તથા **बकड**) સામસામેના ખૂણા બરાબર થયા ૩ જા પ્રત્ય પ્રમાણે. તેવીજ રીતે (**इकब** તે **डकअ**) ની બરાબર કરી શકાય છે.

પ્રતિજ્ઞા ૧૬ પ્રમેય.

જો કોઈ (**अबक**) ત્રિકોણની કોઇપણ એક (**अक**) બાજૂને વધારી તો બહારનો (**बकड**) ખૂણો, માંહેના (**बकअ**) ની સામેના કોઈપણ એક કરતાં મોટો થશે.

(**अक**) ને (**ड**) સૂધી વધારી. અને (**बक**) બાજૂને

(इ) બિંદુ આગળ ૧૦ મી પ્રતિ. પ્ર. દુભાગી (अ અને इ) ને ૧લા સ્વીકૃ. પ્ર. સાંધ્યાં, અને (अइ) ને न બિંદુ સૂધી ૨ જા સ્વીકૃ. પ્ર વધારી અને તેમાંથી अइ ની બરાબર इफ ભાગ ૩ પ્રતિ. પ્ર કાપ્યેા. અને फ તથા क ને સાંધ્યાં.

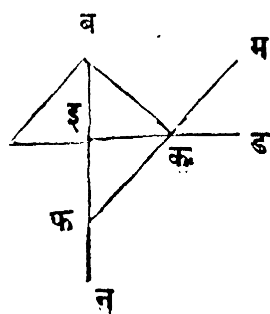


(अबइ) ત્રિકેાણની (अइ તથા बइ) બાજૂએા અનુક્રમે (कइफ) ત્રિકેાણની (इफ તથા इक) બાજૂની બરાબર આકૃતિ રચ. પ્ર. અને (अइब તથા फइक) વ્યુત્ક્રમ ખૂણા ૧૫ મી પ્રતિ. પ્ર. બરાબર તેથી બંને ત્રિકેાણેા ૪ થી પ્રતિ. પ્ર. એકરૂપ તેથી अइ બાજૂ સામેનેા (अबइ) ખૂણેા તે (इफ) સામેના (इकफ) ખૂણાની બરાબર.

હવે (इकफ) ખૂણા કરતાં (इकड) ખૂણેા ૯ મા પ્રત્ય. પ્ર. મેાટા તેથી તે (अबइ) કરતાં પણ મેાટા.

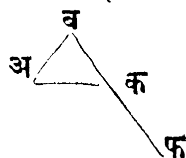
આ પ્રતિજ્ઞામાં જે ખૂણા કરતાં બહારનેા ખૂણેા મેાટેા કરવેા હેાય તેા જે બાજૂ તે બે ખૂણાની સાથે સંબંધી હેાય તેને દુ ભાગવી જોઈએ.

આવી જાતની આકૃતિ રચનામાં ફકત (फक) ને म સુધી વધારવી અને કેટલીક સિદ્ધતા ઉપરના જેવીજછે. પછી (इकफ તથા मकड) ખૂણા ૧૫ મી પ્રતિ.પ્ર બરાબર કરી, ૯ મું પ્રત્ય પ્ર. લાગુ પડવાથી થશે.



પ્રતિજ્ઞા ૧૭ પ્રમેય.

કોઈ (अबक) ત્રિકોણના કોઈપણ બે (अ ब क તથા अ क ब) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો થશે.



સિધ્ધતા.

(अबक) ત્રિકોણની (बक) બાજૂને ૨ જા સ્વી. ૫. પ્ર. (फ) બિંદુ સૂધી વધારી તો બહારનો (अकफ) ખૂણો, માંહેનાની સામેના (अ ब क) ખૂણા કરતાં ૧૬ મી પ્રતિ. પ્ર. મોટો; હવે (बफ) સીધી લીટી ઉપર (अक) સીધીલીટી પડીને પાસપાસેના જે (अकब તથા अकफ) ખૂણા કરેછે તેમનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર ૧૩ મી પ્રતિ પ્રમાણે. હવે તે સરવાળામાંથી બહારનો (अकफ) ખૂણો બાદ કરી, તેનાથી નાનો अबक ખૂણો ઉમેર્યો તો તે (अबक તથા अकब)નો સરવાળો તે (अकब તથા अकफ)ના સરવાળા કરતાં નાનો અને (अकब તથા अकफ) નો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે એવું આગળ સિદ્ધ કર્યું માટે (अबक તથા अकब)નો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો થયો તે સિદ્ધ.

આવીજ રીતે અંદરના ગમે તે બેનો સરવાળો, બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો કરી શકાય, પણ એટલો નિયમ યાદ રાખવો જોઇએ કે જે બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો કરવો હોય તે બે ખૂણાના હરકોઈ શિરોબિંદુમાંથી તે ખૂણો કરનારી હરકોઇ બાજૂ વધારી શકાય. ત્રીજા ખૂણાના શિરોબિંદુથી વધારાય નહીં.

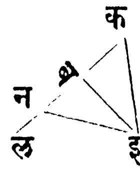
આ અને સોળમી પતિજ્ઞાનો સરવાળો, બત્રીશમી પ્રતિજ્ઞા છે.

પ્રતિજ્ઞા ૧૮ પ્રમેય.

કોઇપણ (**बकड**) ત્રિકોણમાં એક (**कड**) બાજૂ, બીજી **बक** બાજૂ કરતાં મોટી હોય તો તે મોટી બાજૂ સામેનો ખૂણો; નાની બાજૂ સામેના ખૂણા કરતાં મોટો થશે.

સિદ્ધતા.

(**वक**)ને (**व**) ની પાર (**ल**) બિંદુ સુધી વધારી ૨ જા સ્વી. કૃ.પ્ર. અને તેમાંથી (**कड**)ની બરાબર **क**થી (**कन**) ભાગ ૩ પ્રતિજ્ઞા પ્ર. કાપ્યો. અને **न** તથા **ड** ને સાંધ્યાં ૧લા સ્વી કૃ. ૫ પ્રમાણે.



હવે **न क ड** ત્રિકોણ સમદ્વિબાજૂ થયો તેથી તેના **कनड** તથા **क ड न** ખૂણા બરાબર ૫ મી પ્રતિ. પ્ર.

હવે **कडब** ખૂણા કરતાં **कडन** ખૂણો ૯મા પ્રત્ય. પ્ર. મોટો માટે તેના કરતાં **कनड** ખૂણો પણમોટો. અને **कनड** ખૂણા કરતાં **कबड** ખૂણો ૧૬મી પ્રતિ. પ્ર. મોટો માટે **कडब** ખૂણા કરતાં **कबड** ખૂણો ઘણોજ મોટો થયો એ સિદ્ધ.

જેમ બાજૂ વધાર્યાથી થાય છે તેમ મોટીમાંથી નાનીની બરાબર ભાગ કાપ્યાથી થાય છે- તેમાં સિદ્ધતા ઘણે ભાગે ઉપરના જેવીજ છે. કાપવામાં કે વધારવામાં યાદ રાખવું જોઈએ કે બે બાજૂઓ સીમાવાશી થાય તોજ સિદ્ધતા થાય નહીંતો ન થાય કેમકે સમદ્વિબાજૂ ત્રિકોણ ન થાય.

પ્રતિજ્ઞા ૧૯ પ્રમેય.

કોઈ (अबक) ત્રિકોણમાં એક (बअक) ખૂણો, બીજા (अकब) ખૂણા કરતાં મોટો હોય તો તે મોટા ખૂણા સામેની (बक) બાજૂ, નાના ખૂણા સામેની (अब) બાજૂ કરતાં મોટી થશે.



હવે તે બે બાજૂઓ બરાબર કે નાની મોટી હોવી જોઇએ.

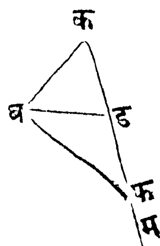
૧ ધારો કે તેઓ બરાબર છે તો ૫ મી પ્રતિ પ્ર. बअक તને अकब ખૂણાઓ બરાબર પણ તે ઉપન્યાસથી ઉલટું માટે તે બરાબર નથી.

૨ ધારો કે बक બાજૂ કરતાં अब બાજૂ મોટી છે તો (अब) મોટી બાજૂ સામેનો अकब ખૂણો તે, નાની बक બાજૂ સામેના (बअक) ખૂણા કરતાં મોટો ૧૮ મી પ્રતિ. પ્રમાણે પણ તે ઉપન્યાસથી ઉલટું.

હવે આ ઉપરથી સિદ્ધ થાય છે કે बक બાજૂ સાથે अब બરાબર થઇ નહીં તેમજ તેનાથી મોટી થઇ નહીં માટે તે (अब) નાની છે એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૨૦ પ્રમેય.

કોઈ (ब क ड) ત્રિકોણની કોઇપણ બે (ब ड તથા क ड) બાજૂનો સરવાળો, તેની ત્રીજી બાજૂ કરતાં મોટો થશે.



સિદ્ધતા

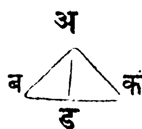
(कड) બાજૂને डની પાર (म) બિંદુ સૂધી ૨ જા સ્વીકૃ. પ્ર. વધારી અને તેમાંથી बडની બરાબર डफ ભાગ ૩ જા પ્રતિ પ્ર. કાપ્યો અને फ તથા ब ને ૧ લા સ્વીકૃ. પ્ર. સાંધ્યાં.

હવે (बडफ) ત્રિકોણની बड તથા डफ બાજૂઓ આકૃ. રચ. પ્ર. બરાબર તેથી ૫ મી પ્રતિ પ્ર. बफड તથા डबफ ખૂણાઓ બરાબર. डबफ ખૂણા કરતાં कबफ ખૂણો ૯ મા પ્રત્ય. પ્ર. મોટો માટે તે बफड કરતાં પણ મોટો.

હવે बकफ ત્રિકોણમાં મોટા (कबफ) ખૂણા સામેની कफ બાજૂ તે; નાના (बफड) ખૂણા સામેની (बक) બાજૂ કરતાં ૧૯ મી પ્રતિ. પ્રમાણે મોટી.

(कफ) બાજૂ (તે बड તથા कड)ના સરવાળા બરાબર છે કેમકે (डफ) તે (बड) ની બરાબર છે આકૃતિ રચ. પ્ર. તેથી તે (बड તથા कड)નો સરવાળો, ત્રીજી (बक) બાજૂ કરતાં મોટો થયો એ સિદ્ધ.

આવી રીતે अ ખૂણો દુભાગી. અને પછીથી ૧૬મી પ્રતિ પ્ર. (कडअ) ખૂણો. (ड अक) કરતાં મોટો કરવો. (ड अब અને डअक) આકૃ. રચ. પ્ર. બરાબર છે માટે (ड

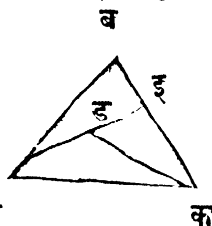


अक) કરતાં (कडअ) મોટા તેથી (डअक) ત્રિકોણમાં નાના ખૂણા સામેની બાજૂ નાની. અને મોટા ખૂણા સામેની બાજૂ મોટી ૧૯ મી પ્રતિ. પ્ર.; તેવીજ રીતે (बअ ड) ત્રિકોણમાં કર્યા પછી, નાની નાની બાજૂનો તથા મોટી, મોટી બાજૂનો સરવાળો લેવાથી નાની નાની એક બાજૂ તે બાકીની બે બાજૂના સરવાળા કરતાં ઓછી થશે.

વળી શિરોબિંદુથી લંબ દોર્યાથી થાય છે.

પ્રતિજ્ઞા ૨૧ પ્રમેય.

કોઇ (अबक) ત્રિકોણની માંહે એક (ड) બિંદુ સધી, કોઈપણ (अक) બાજૂના છેડાઓથી દોરેલી બે (अ ड तथा कड) સીધી લીટીઓનો સરવાળો, ત્રિકોણની બાકીની (अड तथा बक) બે બાજૂઓના સરવાળા કરતાં ઓછો થશે; પણ તે લીટીઓની વચ્ચેનો (अ ड क) ખૂણો, (अबक) ખૂણા કરતાં મોટો થશે.



સિદ્ધતા.

(अड) બાજૂને (ड) બિંદુથી (इ) બિંદુ સુધી ૨ જા સ્વી કૃ. પ્ર. વધારી.

(अबइ) ત્રિકોણની (अब तथा बइ) બાજૂઓનો સરવાળો (अइ) બાજૂ કરતાં મોટો ૨૦ મી પ્રતિ. પ્ર. હવે તે બંનેમાં એકજ (इक બાજૂ ઉમેરી તો (अब તથા इक)નો સરવાળો, (अइ તથા इक) ના સરવાળા કરતાં મોટો ૪ પ્રત્ય પ્ર. હવે (डइक) ત્રિકોણની (डइ તથા इक) બાજૂનો સરવાળો (डक) બાજૂ કરતાં મોટો ૨૦ પ્રતિ. પ્ર. તેમાં (अड) ઉમેરી તો (अइ તથા इक)નો સરવાળો (अड તથા डक) ના સરવાળા કરતાં મોટો ૪ થા પ્રત્ય. પ્ર. અને (अइ તથા इक)ના સરવાળા કરતાં (अब તથા इक)નો સરવાળો મોટો કર્યો માટે (अब તથા इक)નો સરવાળો, अड તથા डकના સરવાળા કરતાં ઘણો મોટો થયો એ સિદ્ધ.

હવે (अ ब इ) ત્રિકોણની બહારનો (क इ ड) ખૂણો, માંહેનાની સામેના (क इ ड) ખૂણા કરતાં મોટો ૧૬ મી પ્રતિ. પ્ર. અને (ड इ क) ત્રિકોણની બહાર-

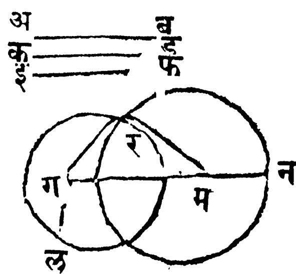
નો (अ ड क) ખૂણો તેની માંહેનાની સામેના (क इ ड) ખૂણા કરતાં મોટો ૧૬ મી પ્રતિ. (अबइ) કરતાં, (कइड) મોટો અને (कइड) કરતાં (अडक) મોટો માટે (अबइ) કરતાં (अडक) ઘણો મોટો થયો એ સિધ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૨૨ મી કૃત્ય.

ત્રણ સીધી લીટીઓ (अब, कड તથા इफ) આપેલી છે એવી કે તે માંહેની કોઇપણ બેનો સરવાળો ત્રીજી કરતાં મોટો છે તો જેની બાજૂઓ આપેલી લીટીઓની બરાબર થાય એવો એક ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન.

(ग) બિંદુથી (अ ब) સીધીલીટીની બરાબર (ग म) સીધી લીટી દોરી ૨ જી પ્રતિ. પ્રમાણે અને(गम)ના ग છેડાથી (कड)ની બરાબર (गल) લીટી દોરી ૨ જી પ્રતિ.પ્ર. અને म છેડાથી (इफ)ની બરાબર मन)સીધી લીટી દોરી ૨જી પ્રતિ. પ્ર.



(ग) મધ્યબિંદુ ધારી (गल) ત્રિજ્યા એ તથા (म) મધ્યબિંદુ ધારી (मन) ત્રિજ્યાએ ૩ જા સ્વીકૃ. પ્ર. ગોળ દોર્યા અને (र અને म) ને તથા (र અને ग)ને ૧લા સ્વીકૃ. પ્ર. સાંધ્યા. તેથી કરવાનો ત્રિકોણ (गरम) થશે.

સિદ્ધતા.

કેમકે (गर અને गल) એકજ ગોળની ત્રિજ્યાઓછે;

માટે ૧૫ મી વ્યાખ્યા પ્ર. બરાબર અને (**गल**) તે (**कड**) બરોબર છે, આકૃતિ રચ. પ્ર તેથીતે ત્રણે ૧લા પ્રત્ય પ્ર. બરાબર. (**मर** અને **मन**)એ બરાબર કેમકે એકજ ગોળાની ત્રિજ્યાઓછે; અને (**मन** તથા **इफ** આકૃતિ રચ. પ્ર. બરાબર તેથી તે ત્રણે ૧ લા પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર. (**अव**) ની બરાબર (**गम**) દોરી છે, (**कड**)ની બરાબર (**गर**) થઈ અને (**इफ**) ની બરાબર (**मन**) થઈ માટે તે ત્રણ લીટીઓની બરાબર (**गरम**) ત્રિકોણની બાજૂઓ થઈ એ સિદ્ધ.

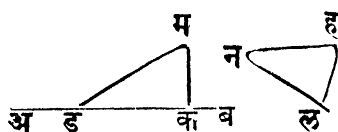
આ પ્રતિજ્ઞામાં બે ગોળ છેદાવાજ જોઇએ—જ્યારે બે સીધી લીટીઓનો સરવાળો, ત્રીજી લીટીની બરાબર હોય અથવા તેનાથી નાનો હોય તો ગોળ છેદાય નહીં. જો સરવાળો બરોબર હોય તો ગોળના પરિધ પાસે પાસે થાય અને તે સરવાળો નાનો હોય તો ગોળના પરિધ ન છેદાતાં જૂદા જૂદા થાય.

પ્રતિજ્ઞા. ૨૩ કૃત્ય.

કોઈ એક (**अब**) સીધી લીટીમાં એક કહેલા (**ड**) બિંદુથી એક કહેલા (**न**) ખૂણાની બરાબર એક ખૂણો કરવાનું

સાધન.

કહેલા ખૂણાની બાજૂમાં (**ह**) બિંદુ લીધું અને (**नह**) ની બરાબર બીજી બાજૂમાંથી (**नल**) ભાગ ૩ જી પ્રતિ. પ્ર. કાપ્યો. અને (**ह** તથા **ल**) ને ૧ લા સ્વી પ્ર. પ્ર. સાંધ્યાં. અને (**नल**)ની બરાબર **डब** સીધી લીટીમાંથી (**ड**થી **डक** ભાગ ૩જી પ્રતિ. પ્ર. કાપ્યો અને (**हनल**) ત્રિકોણની સાથે સમબાજૂ થાય એવો (**डक**) પાયા ઉપર (**मडक**) ત્રિકોણ ૨૨ મી પ્રતિ. પ્ર. કર્યો.



સિદ્ધતા.

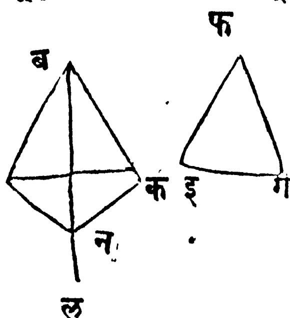
हनल ત્રિકોણની हन, नल તથા हल બાજૂઓ અનુક્રમે मडक ત્રિકોણની मड, डक તથા मक બાજૂઓ સાથે મળી જાયછે માટે બંને ત્રિકોણો ૮ મી પ્રતિ. પ્ર. એક રૂપ, તેથી हनल ત્રિકોણમાં हल બાજૂ સામેનો हनल ખૂણો તે, मडक ત્રિકોણમાં मक બાજૂ સામેના मडक ખૂણાની બરાબર થયો એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૨૪ પ્રમેય.

જો બે (अबक) इफग ત્રિકોણમાં, એકની બે બાજૂઓ અનુક્રમે બીજાની બે બાજૂઓની (अब તે इफनी बक તે फग ની) બરાબર હોય અને બરાબર બાજૂઓ-થી થએલા અંતર ખૂણામાંથી એક (अबक) ખૂણો (इफग) કરતાં મોટો હોય તો મોટા ખૂણા સામેની (अक) બાજૂ તે નાના ખૂણા સામેની (इग) બાજૂ કરતાં મોટીથશે.

સિદ્ધતા.

(अब) બાજૂના (अ) બિંદુથી, તે બાજૂ સાથે (इफग) ખૂણાની બરાબર, (अबक) ખૂણામાંથી એક अबल) ખૂણો ૨૩મી પ્રતિ.પ્ર.કર્યો. અને (बल સાંધી લીટીમાંથી (फग) બાજૂની બરા-બર(बन)ભાગ ૩જી પ્ર-તિ.પ્ર. કાપ્યો. અને (अ તથા न) ને અને (न अ તથા क)ને ૧લા સ્વીકૃ. પ્ર. સાંધ્યાં. (अबन તથા इफग) ત્રિકોણામાં (अब તે इफ) ની બરાબર

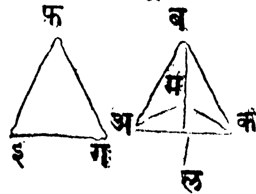


ઉપન્યાસ. પ્ર. અને (बन તથા फग) આકૃતિ ૨૫. પ્ર.

બરાબર અને (अबन) તથા (इफग) ખૂણા બરાબર કરી ગયા માટે તે બંને ત્રિકોણો ૪ થી પ્રતિ. પ્ર. એકરૂપ. તેથી (अन) બાજૂ તે (इग)ની બરાબર.

(नत्रक) ત્રિકોણની (बन બાજૂ, फग) સાથે આકૃ. રચ. પ્ર. બરાબર અને (बक) બાજૂ ઉપન્યાસ પ્ર. બરાબર તેથી તે (बन તથા बक) બાજૂઓ ૧ લા પ્રત્ય પ્ર. બરાબર તેથી ૫ મી પ્રતિ. પ્ર. (बन) બાજૂ સામેનો (बक न) ખૂણો તે (बक) બાજૂ સામેના (कनब) ખૂણાની બરાબર. (अकन) ખૂણા કરતાં (बकन) ખૂણો ૯ મા પ્રત્ય. પ્ર. મોટો. તેથી (अकन) કરતાં (कनब) પણ મોટો અને (कनब) કરતાં (कनअ) ખૂણો ૯ મા પ્રત્ય. પ્ર. મોટો માટે (अकन કરતાં कनअ) ખૂણો ઘણોજ મોટો. હવે (कनअ) ત્રિકોણમાં મોટો (कनअ) ખૂણા સામેની (अक) બાજૂ તે, નાના (अकन) સામેની (अन) બાજૂ કરતાં મોટી ૧૯ મી પ્રતિ. પ્ર. અને (अन તથા इग) આગળ બરોબર કરી માટે (इग કરતાં अक) મોટી થઈ એ સિદ્ધ.

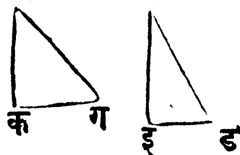
આ પ્રતિજ્ઞામાં (कमब) ખૂણો (बकम) ખૂણા કરતાં મોટો હોય તો (बल) માંથી (फग) ની બરાબર કાપવાનો ભાગ ત્રિકોણની અંદર પડે જેમકે આમાં ફક્ત ૫ મી પ્રતિ. લાગુ પડતી વખતે તેની બહારના ખૂણા બરાબર એટલું વધારે છે. બીજી બધી સિદ્ધતા ઉપરજેવીજ છે.



વળી કાપવાનો ભાગ, ઉપલા બે ખૂણા બરાબર હોય તો બાજૂમાં પડે.

પ્રતિજ્ઞા ૨૫ પ્રમેય.

જો બે (कखग તથા इफड) ત્રિકોણમાં એકની બે બાજૂઓ અનુક્રમે બીજાની બે બાજૂઓ (कख, इफ ની તથા खग, फड ની બરાબર હોય અને ત્રિજી બાજૂ (कग તે इड) બાજૂ કરતાં મોટી હોય તો, મોટી બાજૂ સામેનો (कखग) ખૂણો નાની બાજૂ સામેના (इफड) ખૂણા કરતાં મોટો થશે.



સિદ્ધતા.

૧ (कखग) ખૂણો (इफड) ખૂણા સાથે બરાબર, નાનો કે મોટો થશે. ધારોકે બરાબર છે. તો બે બાજૂઓ બરાબર, તથા અંતર ખૂણાઓ પણ બરાબર લીધા તેથી ૪થી પ્રતિ. પ્ર. (कग તથા इड) બાજૂઓ બરાબર પણ તે ઉપન્યાસથી ઉલટું છે કેમકે તે મોટી નાની છે.

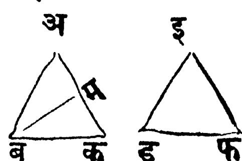
૨ ધારો કે (कखग) ખૂણા કરતાં (इफड) ખૂણો મોટો હોય તો મોટા ખૂણા સામેની (इड) બાજૂ તે નાના ખૂણા સામેની (कग) બાજૂ કરતાં મોટી ૨૪ પ્રતિ. પ્ર. પણ તે ઉપન્યાસથી ઉલટું છે કેમકે નાની મોટી આપી છે.

હવે (कखग) ખૂણા કરતાં (इफड) ખૂણો મોટો ન થયો તેમજ તેની સાથે બરાબર પણ ન થયો માટે તેના કરતાં તે (इफड) નાનો છે એ સિદ્ધ.

આ પ્રતિજ્ઞા સુલટી સિદ્ધતાથી પણ સિદ્ધ થાય છે. પણ તે ઘણી લંબાણ વાળી છે માટે ઉલટી સિદ્ધતાથી સિદ્ધ કરી છે.

પ્રતિજ્ઞા ૨૬ પ્રમેય.

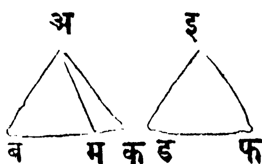
જો બે (बअक તથા डइफ) ત્રિકોણોમાં એકના બે ખૂણાઓ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણના બે (अ તે इ ની તથા ब તે ड ની) ખૂણાઓની બરોબર હોય, અને બરોબર ખૂણાઓના સંબંધમાં અને સરૂપ સ્થિતિમાં રહેલી એવી એક ત્રિકોણની એક બાજૂ, બીજા ત્રિકોણની એક બાજૂની બરાબર હોય તો બાકીના ખૂણાઓ તથા બાજૂઓ અનુક્રમે એક બીજાની બરોબર થશે. સરૂપ સ્થિતિ=એક જેવી સ્થિતિમાં અથવા જે દિશામાં હોય તેવીજ સ્થિતિ કે દિશા બીજીની હોય તે. ધારો કે બરોબર ખૂણાઓની વચ્ચેની (बअ તે डइ) બાજૂની બરાબર છે. અને (अक), (इफ)ની બરાબર



કરીએ. હવે (अक) બાજૂ સાથે(इफ) બરાબર, નાની કે મોટી થવી જોઈએ. ધારો કે (अक)મોટી છે. તો(इफ) ની બરાબર, (अक)ના अ બિંદુથી (अम)ભાગ ૩જી પ્રતિ. પ્ર. કાપ્યો. म તથા ब ને સાંધ્યાં ૧ લા સ્વી કૃ. પ્રમાણે. (बअम) તથા (डइफ) ત્રિકોણોમાં (बअ તથા इड) ઉપન્યા. પ્ર. બરાબર (अम તથા इफ) આકૃ. રચ. પ્ર. બરાબર અને अ ખૂણો તે इ ખૂણા બરાબર ઉપન્યા. પ્ર. તેથી બંને ત્રિકોણો ૪ થી પ્રતિ. પ્ર. એક રૂપ તેથી (अम) બાજૂ સામેનો (अबम) ખૂણો તે (इफ) બાજૂ સામેના (फडइ) ખૂણાની બરાબર. (अबम) કરતાં (अबक) ખૂણો ૯ મા પ્રત્ય. પ્ર. મોટો. તેથી (ड) ખૂણા કરતાં (ब) ખૂણો પણ મોટો પણ તે ઉપન્યાસથી ઉલટું કેમકે તે બે બરાબર છે માટે (इफ) બાજૂ કરતાં (अक) બાજૂ મોટી નથી તેમ નાની

પણ નહીં થાય માટે બરાબર છે એ સિદ્ધ—તેથી બંને (बअक તથા डइफ) ત્રિકોણો ૪ થી પ્રતિ. પ્ર. એક રૂપ તેથી अ ખૂણા સામેની (बक) બાજૂ તે, इ ખૂણા સામેની (डफ) બાજૂની બરાબર અને (बअ) બાજૂ સામેનો (बकअ) ખૂણો તે (डइ) બાજૂ સામેના (डफइ) ખૂણાની બરાબર થયો એ સિદ્ધ.

વળી ઉપરની રીતે ખૂણા ન આપતાં ब, डनी તથા क, फनी બરાબર હોય અને ઉપરનીજ બાજૂઓ બરાબર આપીં હોય અને (बक તથા डफ) બાજૂઓ બરાબર કરવી હોય તો ભાગ કાપી अ સાથે સાંધી ૪થી પ્રતિ. પ્ર. बमअ તથા डफइ ખૂણા બરાબર. (मकअ) કરતાં (बमअ) મોટા ૧૬ મી પ્રતિ. પ્ર. તેથી (मकअ કરતાં डफइ) પણ મોટો પણ તે ઉપન્યાસથી ઉલટું માટે बक મોટી નથી તેમ નાની નહીં થાય માટે બરોબર, પછી ઉપરનીજ સિદ્ધતા.

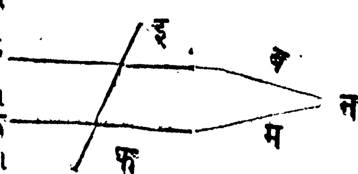


આ પ્રતિજ્ઞામાં ગમે તે બે ખૂણા અને તેના સંબંધની ગમે તે બાજૂ લઈ ઘણી રીતે કરી શકાય.

પ્રતિજ્ઞા. ૨૭ પ્રમેય.

જો (अब તથા कम) બે સીધી લીટીઓને એક (इफ) સીધી લીટી એવી રીતે છેદે કે તેથી થએલા વ્યુત્ક્રમ ખૂણા બરાબર હોય તો આ સીધી લીટીઓ સમાંતર લીટીઓ થશે.

જો આ સીધી લીટીઓ સમાંતર ન હોય તો તેને



તેના ગમે તે છેડાની પાર વધારીએ તો મળી જવી જોઈએ ધારો કે સમાંતર નથી. તેથી તેના ब તથા म છેડાની પાર વધારતાં न આગળ મળી ગઈ. હવે (इनफ)ત્રિકોણની બહારનો (कफइ) ખૂણો, તેની માંહે નાની સામેના (फइन) ખૂણા કરતાં ૧૬ મી પ્રતિ. પ્ર. મોટો પણ તે ઉપન્યાસથી ઉલટું કેમકે વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર આપેલા છે માટે તે સીધી લીટીઓને તે તરફ વધારતાં મળતી નથી તેમજ अ તથા क છેડાની પાર વધારતાં તેવીજ સિદ્ધતાએ નહીં મળે.

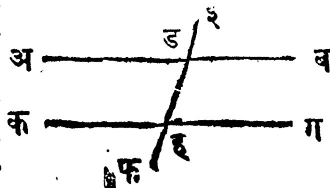
હવે આ સીધી લીટીઓને કોઇ તરફ વધારતાં મળતી નથી માટે તે ૩૫ મી વ્યાખ્યા પ્ર. સમાંતર છે એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૨૮ પ્રમેય.

જો એ (अब તથા कग) સીધી લીટીઓને એક (इफ) સીધી લીટી એવી રીતે છે કે તેથી થએલા બહારના ખૂણા, લીટી ની એકજ તરફના માંહેનાની સામેના ખૂણાની (इडअ, डहक ની અથવા इडब, डहग ની) બરાબર હોય; અથવા એકજ તરફના માંહેના ખૂણાનો (अडह તથા कहड નો અથવા बडह તથા डहग નો) સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર હોય તો આ સીધી લીટીઓ સમાંતર થશે.

સિદ્ધતા.

૧. પહેલા (इडअ डहक) ખૂણા બરાબર છે એમ ધાર્યું તો—સમાંતર થશે. (इडअ તથા बडह) ખૂણાઓ ૧૫ મી પ્રતિ. પ્ર. બરાબર અને (इडअ તથા डहक) ઉપન્યાસ પ્ર. બરાબર તથા (डहक તથા बडह) ખૂણાઓ ૧



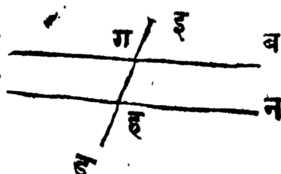
લા પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર અને તે વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ છે માટે ૨૭ મી પ્રતિ. પ્ર. (**अब** તથા **कग**) સીધી લીટીઓ સમાંતર થઇ એ સિદ્ધ.

તેવીજ રીતે (**इडब** તથા **डहग**) ખૂણાઓ બરાબર લીધાથી થશે.

૨. (**अडह** તથા **कहड**) ખૂણાઓનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે એમ લીધું. (**अडह** તથા **बडह**)નો સરવાળો ૧૩ મી પ્રતિ. પ્ર. બે કાટખૂણા બરાબર અને ઉપન્યાસમાં (**अडह** તથા **कहड**)નો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર આપ્યો છે માટે તે બંને સરવાળા ૧૧ મા પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર. તેમાંથી સામાન્ય (**अडह**) ખૂણો બાદ કર્યો તો બાકી (**ब ड ह** તથા **क ह ड**) ખૂણાઓ ૩ જા પ્રત્ય. બરાબર અને તે વ્યુત્ક્રમ ખૂણા છે માટે ૨૭ મી પ્રતિ. પ્ર. સમાંતર થઇ એ સિદ્ધ. તેમજ (**बडह** તથા **डहग**) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર લીધાથી થશે.

પ્રતિજ્ઞા. ૨૯ પ્રમેય.

જો બે (**अब** તથા **कन**) સમાંતર સીધીલીટીઓને એક (**इड**) સીધીલીટી છેદે તો તેથી થએલા વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરોબર થશે, અને બાહારના ખૂણા એકજ તરફના માંહેનાની સામેના ખૂણાની બરોબર થશે; અને એકજ તરફના માંહેના બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર થશે.



૧ (अगह તથા गहन) વ્યુત્ક્રમ ખૂણા બરોબર કરીએ.

ધારો કે તે ખૂણા બરાબર નથી તો એક બીજા સાથે નાના મોટા થશે. (अगह) ખૂણો મોટો છે એમ ધાર્યું. તે બંને વિષમ પરિમિતોમાં (बगह) ખૂણો મેળવ્યો તો (अगह તથા बगह)નો સરવાળો, (गहन તથા बगह) ખૂણાના સરવાળા કરતાં મોટો ૪ થા પ્રત્ય. પ્ર. હવે (अगह તથા बगह)નો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર ૧૩ મી પ્રતિ. પ્ર. તેથી (गहन તથા बगह)નો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો માટે તે સીધીલીટીઓને તે તરફ વધારતાં મળશે ૧૨મા પ્રત્ય. પ્રમાણે, પણ તે ઉપન્યાસથી ઉલટું કેમકે સમાંતર છે માટે (अगह ખૂણો गहन) કરતાં મોટો નથી તેમ નાનો પણ નહીં થાય માટે તે બરાબર છે એ સિદ્ધ. તેવીજ રીતે (बगह તથા गहक) ખૂણા બરાબર થશે.

૨ બહારનો (इगब) માંહેનાની સામેના (गहन) ની બરાબર થશે.

(इगब) તથા अगह) ખૂણા ૧૫ પ્રતિ પ્ર. બરાબર અને (अगह) ખૂણો તેના વ્યુત્ક્રમ (गहन) ની બરાબર ઉપર કર્યું તે પ્રમાણે તેથી (इगब) તે (गहन) ની બરાબર ૧ લા પ્રત્ય પ્રમાણે તેમજ (इगअ) તથા (गहक) બરાબર કરી શકાય.

૩ એકજ તરફના માંહેના (अगह) તથા (कहग) નો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર થશે.

(अगह) તથા (बगह) નો સરવાળો ૧૩ મી પ્રતિ. પ્ર બે કાટખૂણા બરાબર અને (बगह) તથા (कहग) વ્યુત્ક્રમ ખૂણા બરાબર ઉપર કર્યા મુજબ. હવે (अगह) તથા (बग ह)ના સરવાળામાંથી (बगह) ખૂણો બાદ કરી તેની બરાબર-

નો (**कहग**) ખૂણો ઉમેર્યો તો (**अगह**) તથા (**फहग**) નો સરવાળો એ કાટખૂણા બરાબર થયો એ સિદ્ધ. તેમજ (**बगह** તથા (**गहन**) નો થઈ શકે.

પ્રતિજ્ઞા. ૩૦ પ્રમેય.

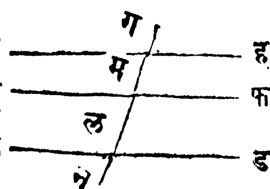
જો **अह** સીધી લીટીની સાથે (**इफ** તથા **कड**) સીધી લીટીઓ સમાંતર હોય તો તે ત્રણે અરસ્પરસ સમાંતર થશે એટલે **इफ** તથા **कड** સામાંતર થશે.

એ ત્રણે લીટીઓને (**गन**) લીટી છેદેછે.

સિદ્ધતા

अह તથા (**इफ**) સમાંતર સીધી લીટીઓને (**गन**) છેદેછે તેથી (**अमल**) ખૂણો, (**फलम**) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાની બરાબર ૨૯ મી પ્રતિ. પ્ર.

અને (**अह** તથા **कड**) સમાંતર લીટીઓને (**गन**) સીધીલીટી છેદેછે તેથી (**अ-मल**) ખૂણો, (**डनल**) વ્યુ-ત્ક્રમ ખૂણાની બરાબર ૨૯ મી પ્રતિ. પ્રમાણે. અને આ ગળ (**अमल** સાથે **फलम**) ખૂણા બરાબર કર્યો માટે ૧ લા પ્રત્ય. પ્ર. પ્ર. (**फलम**) તથા (**डनल**) ખૂણાઓ બરાબર.



હવે (**इफ** તથા **कड**) સીધી લીટીઓને **गन** સીધી લીટી છેદે તેથી બહારનો (**फलम**) ખૂણો, માંહેનાની સામેના (**डनल**) ખૂણાની બરાબર થયો તેથી તે બે સીધી-લીટીઓ ૨૮ મી પ્રતિ. પ્ર. સમાંતર થઈ એ સિદ્ધ.

આ પ્રતિજ્ઞામાં ગમે તે એક સીધીલીટીની સાથે બીજી ગમે તે બે સીધીલીટીઓ લેવાય.

પ્રતિજ્ઞા ૩૧ મી કૃત્ય.

કોઇ એક (बड) સીધીલીટીને સમાંતર, કહેલા ल બિંદુની પાર એક સીધીલીટી દોરવાનું.

સાધન.

(बड) સીધીલીટીમાં ड બિંદુ લીધું તેને તથા ल બિંદુને ૧લા સ્વીકૃ. પ્ર. પ્ર. સાંધ્યાં. અને (डल) લીટીના ल બિંદુથી તેની न સાથે અને (बडल) ખૂણાની બરાબર અને તેની સાથે વ્યુત્ક્રમ થાય એવો એક (डलक) ખૂણો ૨૩ પ્રતિ. પ્ર. કર્યો. અને (लक) સીધીલીટીને ल બિંદુ પાર न ને અડતાં સુધી ૨ જા સ્વીકૃ. પ્ર. વધારી તો દોરવાની સમાંતર સીધીલીટી (न-क) થશે.

સિદ્ધતા.

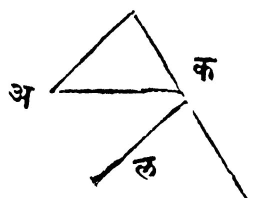
કેમકે (नक તથા बड) સીધીલીટીઓને (डल) સીધીલીટી છેદેછે અને તેથી થએલા (बडल તથા डलक) વ્યુત્ક્રમ ખૂણા બરાબરછે તેથી (नक તથા बड) સીધીલીટીઓ ૨૭ પ્રતિ. પ્ર. સમાંતરછે એ સિદ્ધ—

આ પ્રતિજ્ઞામાં આપેલી લીટીની બહાર બિંદુ લીધાથી થઈ શકે પણ તેમાં ૨૮ પ્રતિ. લાગુ કરવી જોઈએ.

પ્રતિજ્ઞા ૩૨ પ્રમેય.

કોઇપણ (अबक) ત્રિકોણની કોઇપણ (बक) બાજૂને (क) બિંદુની પાર વધારીતો બહારનો (अकम) ખૂણો, માંહેના-ની સામેના (बअक તથા अबक) ખૂણાઓના સરવાળા બરાબર થશે; અને હરેક ત્રિકોણના માંહેના ત્રણ ખૂણા-ઓનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર થશે.

સિદ્ધતા.



(बक) બાજૂને (म) બિંદુ સુધી વધારી. અને (अब) બાજૂને સમાંતર (क) બિંદુથી (कल) સીધીલીટી ૩૧ પ્રતિ. પ્ર. દોરી તે બે સમાંતર સીધી લીટીઓને अ क) લીટી છેદેછે તેથી થયેલા (अकल) તથા (बअ क) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ ૨૯ પ્રતિ. પ્ર. બરાબર; વળી તેજ સમાંતર લીટીઓને (बम) છેદેછે, તેથી થયેલો બહારનો (लकम) ખૂણો માંહેલા નાની સામેના (अबक) ખૂણાની બરાબર ૨૯ પ્રતિ. પ્રમાણે.

(अकम) ખૂણો તે (अकल તથા (लकम) મળીને થયો છે માટે તેની બરાબર (अबक) તથા (बअक) નો સરવાળો થયો એ સિદ્ધ.

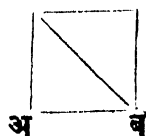
હવે (बम) સીધી લીટી ઉપર (अक) સીધી લીટી પડીને જે (अकब તથા अकम) ખૂણા કરેછે તેમનો સરવાળો ૧૩પ્રતિ. પ્ર. બે કાટખૂણા બરાબર. હવે તે સરવાળામાંથી (अकम) ખૂણો કાઢી લઇ, તેની બરાબરનો (अबक તથા बकअ) ખૂણાઓનો સરવાળો ઉમેરીએ તો (अबक बअक તથા अकब) ખૂણાઓનો સરવાળો (अकब) તથા (अकम) ખૂણાના સરવાળાની બરાબર, અને તે સરવાળો બે કાટ ખૂણા બરોબર કરી ગયા માટે તે ત્રિકોણના ત્રણ (अबक, बअक તથા अकब) નો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર થયો એ સિદ્ધ.

આ પ્રતિજ્ઞામાં ત્રિકોણના હરકોઇ બે ખૂણાનો સર-

પાળો બહારના ખૂણા કરતાં ઓછો કરી શકાય પણ એ- ટલો તો નિયમ છે કે જે બે ખૂણા લીધા હોય તે સિવાય ના ત્રીજા ખૂણાનું શિરોબિંદુ કરનારી બેમાંની ગમે તે એક બાજૂ વધારવી જોઈએ.

પ્રતિજ્ઞા ૩૩ પ્રમેય.

બે સમાન અને સામાંતર (अब તથા कड) સીધી લીટીઓના પાસ પાસેના છેડાઓને સાંધનારી સીધીલીટીઓ (अक તથા बड) પણ સમાન અને સમાંતર થશે ब તથા क ને ૧ લા સ્વીકૃ પ્ર. સાંધ્યાં.



સિદ્ધતા.

(अकब) તથા (बकड) ત્રિકોણોમાં (अब તથા कड) બાજૂઓ ઉપન્યા પ્ર. બરાબર (बक) બાજૂ બંનેમાં સામા- ન્ય અને (बकड) ખૂણો, (अबक) ખૂણાની બરાબર ૨૯ પ્રતિ. પ્ર. તેથી બંને ત્રિકોણો ૪થી પ્રતિ પ્ર. એક ૩૫ તેથી (अबक) ખૂણા સામેની (अक) તે, (बकड) ખૂણા સા- મેની (बड) બાજૂની બરાબર, તથા (अब) સામેનો (अक ब) તે (कड) બાજૂ સામેના (कबड) ખૂણાની બરાબર.

હવે (अक તથા बड) સીધી લીટીઓને (बक) સી- ધી લીટી છેદેછે અને (अकब તથા कबड) વ્યુત્ક્રમ ખૂ- ણાઓ બરાબર છે માટે તે સીધી લીટીઓ ૨૭ પ્રતિ. પ્ર. સમાંતર થઈ એ સિદ્ધ. આગળ સમાન કરી.

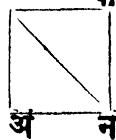
સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ, સામ સામેના બે અક્ષરથી બતાવી શકાય.

પ્રતિજ્ઞા ૩૪ પ્રમેય.

કોઇ (**अफ**) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણની (**कफ** તથા **अन** અને **अक** તથા **नफ**) સામ સામેની બાજૂઓ બરાબર થશે તેમજ (**अ** તથા **फ** અને **क** તથા **न**) સામ સામેના ખૂણાઓ પણ બરોબર થશે અને તે સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ (**कन**) કર્ણ લીટીથી દુ ભગાશે.

સિદ્ધતા.

(**अन** તથા **कफ**) સમાંતર લીટીઓને તથા (**अक** અને **नफ**) સમાંતર લીટીઓને (**कन**) સીધી લીટી છેદે છે તેથી (**फकन** તથા **अनक**) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ અને (**अकन** તથા **कनफ**) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ, ૨૮ પ્રતિ પ્ર. બરાબર.



૧ હવે (**अकन**) ત્રિકોણનો (**अकन** તથા **अनक**) ખૂણાઓ, અનુક્રમે (**नकफ**) ત્રિકોણના (**कनफ** તથા **फकन**) ખૂણાઓની બરાબર ઉપર પ્રમાણે અને (**कन**) બાજૂ બંનેમાં સામાન્ય તેથી બંને ત્રિકોણો ૨૬ પ્રતિ. પ્ર. એક૩૫. તેથી તે ચોખૂણ (**कन**) કર્ણથી દુભગાયો એ સિદ્ધ.

૨ તેમજ (**कन**) કર્ણ સામેના (**कअन** તથા **कफन**) ખૂણાઓ બરાબર; (**अकन** અને (**कनफ**) બરાબર ખૂણાઓમાં અનુક્રમે (**फकन** તથા **अनक**) બરાબર ખૂણાઓ ઉમેર્યા તો તેથી થએલા (**अकफ** તથા **अनक**) ખૂણા બરાબર થયા ૨ જા પ્રત્ય. પ્રમાણે, તેથી સામસામેના ખૂણા બરાબર થયા એ સિદ્ધ.

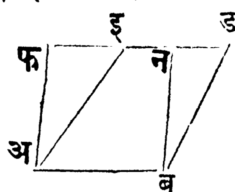
૨ તે બરાબર ખૂણા (अकन) તથા (कनफ) સામેની (अन) તથા (कफ) બાજૂઓ બરાબર અને (फकन તથા अनक) ખૂણા સામેની (नफ) તથા (अक) બાજૂઓ બરાબર. તેથી સામ સામેની બાજૂઓ બરાબર થઈ એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૩૫ પ્રમેય.

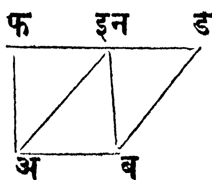
એકજ (अब) પાયા ઉપરના અને એકજ સમાંતર સીધી લીટીઓની (अब) તથા (फड) વચ્ચેના (अन તથા अड) સઘળા સમાંતર બાજૂ ચોખૂણા બરાબર થશે.

સિદ્ધતા.

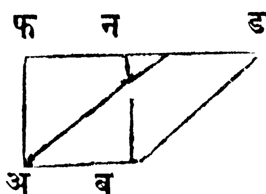
(अफ તથા बन) સમાંતર લીટીઓને (फड) લીટી છેદેછે માટે (अफइ) તથા (बनड) ખૂણાઓ ૨૯ પ્રતિ. પ્ર. બરાબર. અને (फइ) તથા (नड) બાજૂઓ બરાબર કેમકે (अब તથા फन) બાજૂઓ ૩૪ પ્રતિ. પ્ર. બરાબર અને(अब તથા इड) પણ તેજ પ્રમાણે બરાબર તેથી (फन તથા इड) ૧ લા પ્રત્ય પ્ર. બરાબર તેમાંથી (इन) સામાન્ય બાજૂ બાદ કરી તો બાકી (फइ તે नड,ની બરાબર અને (अब) તથા (फन) ઉપર બરાબર કરી તેથી બંને (अफइ) તથા(बनड) ત્રિકોણો ૪થી. પ્રતિ. પ્રમાણે એક ૩૫.



હવે (अफडब) સીધી લીટી આકૃતિમાંથી (अफइ) ત્રિકોણ બાદ કરતાં બાકી જે (अड) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ રહ્યો તે, તેજ સીધી લીટી આકૃતિમાંથી(अफइ) ની બરાબરનો (बनड) ત્રિકોણ બાદ કરતાં બાકી જે (अ न) સમાંતર બાજૂ



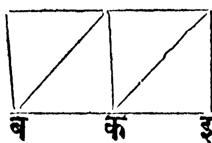
ચોખૂણુ રહ્યો તેની બરાબર આવી રીતે ત્રણ, ચાર કે વધારે સમાંતર બાજૂ ચોખૂણો ૧ લું પ્રત્ય. પ્ર. લાગુ કરી થઇ શકે. વચલી આકૃતિમાં બાજૂની વધ ઘટ નથી પણ છેલ્લી-



માં (नब) બાજૂ ઉમેરવાથી થશે. બીજી બધી સિદ્ધતા ઉપરના જેવીજ છે.

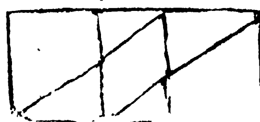
પ્રતિજ્ઞા ૩૬ પ્રમેય.

બરાબર પાયા (बक તથા (कइ) ઉપરના અને એકજ સમાંતર સીધી લીટીઓ (बइ તથા अन) ની વચેના સામાંતર બાજૂ ચોખૂણો બરાબર થશે.



સિદ્ધતા.

(बक તથા कइ) પાયાઓ ઉપન્યાસ પ્ર. બરાબર છે અને (कइ તથા फन) બાજૂઓ ૩૪ પ્રતિ. પ્ર. બરાબર છે તેથી ૧લા પ્રત્ય પ્ર-(बक તથા फन) બાજૂઓ બરાબર અને સમાંતર છે તેથી તેમને સાંધનારી (बफ તથા कन) બાજૂઓ ૩૩ પ્રતિ. પ્ર. સમાન અને સમાંતર (ब क) પાયા ઉપરના बफ અને बन) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણો ૩૫ પ્રતિ. પ્ર. બરાબર તેમજ(फन)પાયા ઉપરના અને(फन તથા बइ)સમાં-



તર સીધી લીટીઓની વચ્ચેના (बन તથા कन) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણો બરાબર; તેથી (बफ તથા कन) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણો ૧ પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર થયા એ સિદ્ધ.

બીજી આકૃતિની પેઠે પાયા છેટા પણ એકજ સીધી લીટીમાં લેવાય, તેની સિદ્ધતા ઉપર જેવીજ છે.

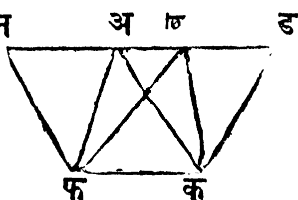
એકજ સમાંતર સીધી લીટીઓ—જેમકે (वइ)ની સાથે (अन) હોય પણ (वइ)ની સાથે ત્રીજી કોઇ નહીં એટલે બે સમાંતર સીધી લીટીઓનું એક જોડકું.

પ્રતિજ્ઞા ૩૭ પ્રમેય.

એકજ (फक) પાયા ઉપરના તથા એકજ સમાંતર સીધી લીટીઓની વચ્ચેના સત્રણા (फअक તથા फबक) ત્રિકોણો બરાબર થશે.

સિદ્ધતા.

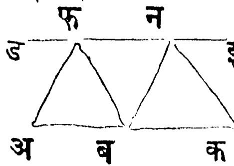
(फब) ને સમાંતર (क)બિંદુથી (कड) સીધી લીટી ૩૧ પ્રતિ.પ્ર. દોરી, તેજ પ્રમાણે (अक)ને સમાંતર (फ)થી (फन) સીધી લીટી દોરી તો (फड)તથા (कन) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણો થયા તે એકજ પાયા ઉપરના એકજ સમાંતર લીટીની વચ્ચેના છે માટે ૩૫ પ્રતિ. પ્ર. બરાબર.



હવે (कन) ચોખૂણ (फअ) કર્ણથી તથા (फड) ચોખૂણ (कब) કર્ણથી દુભગાયા ૩૪ પ્રતિ. પ્ર. તેથી તે બરાબર ચોખૂણોનાં અર્ધ જે (फअक) તથા (फबक) ત્રિકોણો તે પણ ૭ પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર. તેવીજ રીતે ગમે તેટલા ત્રિકોણો બરાબર કરી શકાય.

પ્રતિજ્ઞા ૩૮ પ્રમેય.

બરાબર પાયા (अब) તથા (बक) ઉપરના અને એકજ સમાંતર સીધી લીટીઓની વચ્ચેના ત્રિકોણો બરાબર થશે.



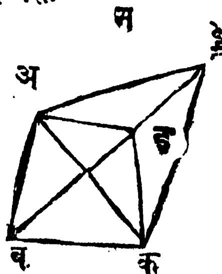
સિદ્ધતા.

(अफ) ને સમાંતર (बन) છે તથા (बफ) ને સમાંતર (कन) છે. જો ન હોય તો બીજી દોરવી જોઇએ.

હવે બરાબર (अब તથા बक) પાયા ઉપરના (अन) તથા (फक) સમાંતર બાજુ ચોખૂણો ૩૬ પ્રતિ. પ્ર. બરાબર. અને તે ચોખૂણો (बफ) તથા (बन) કર્ણથી ૩૪ પ્રતિ. પ્ર. દુભગાયા માટે તે બરાબર ચોખૂણોનાં અર્ધ (अफब) તથા (बनफ) ત્રકોણો ૭ પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર થયાં એ સિદ્ધ. ૩૬ મી પ્રતિ. પેઠે બીજી આકૃતિથી પણ થઇ શકે.

પ્રતિજ્ઞા ૩૯ પ્રમેય.

એકજ (बक) પાયા ઉપરના અને તેની એકજ તરફના (बअक) તથા (बडक) બરાબરત્રિકોણો એકજ સમાંતર લીટીની વચ્ચે થશે.



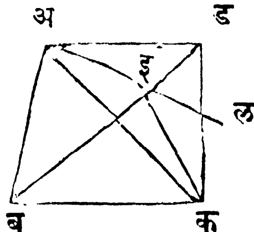
સિદ્ધતા.

(अ તથા ड) ને ૧ લા સ્વીકૃ. પ્ર. સાંધ્યાં તો તે अड તે बक)ની સાથે સમાંતર થશે.

ધારો કે તે સમાંતર નથી પણ (अन) લીટી છે. તો તે સમાંતર લીટીઓ (बक તથા (अन) ને છેદનારી (अब) લીટીથી થએલા ખૂણા (कबअ તથા बअन) નો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર. ૨૯ પ્રતિ. પ્ર.

હવે (अबड) ખૂણા કરતાં (कबअ) ખૂણો ૯ મા પ્રત્ય પ્ર. મોટો માટે (अबड) તથા (बअन) નો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો તેથી (बड) તથા (अन) સીધી લીટીઓને વધારતાં તેઓ (इ) આગળ મળી ગઈ ૧૨ મા પ્રત્ય. પ્રમાણે.

(इ) તથા (क) ને ૧ લા સ્વીકૃ. પ્ર સાંધ્યા તો (बक) પાયા ઉપરના અને (बक તથા अइ) સમાંતર લીટીઓની વચ્ચેના (बअक) તથા (बइक) ત્રિકોણો ૩૭ પ્રતિ. પ્ર. બરાબર અને ઉપન્યાસમાં (बअक) તથા (बडक) ત્રિકોણો બરાબર આપ્યા છે, માટે (बडक તથા बइक) ત્રિકોણો ૧ લા પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર, પણ એ ૯ પ્રત્ય. પ્ર. થી ઉલટું કેમકે આખો ત્રિકોણ તેના ભાગની બરાબર થાય. માટે (बक) ને સમાંતર (अइ) સીધી લીટી નથી. તેમજ આ આકૃતિ પ્રમાણે (अल) પણ નહીં થાય કેમકે (बक) તથા (अल) સમાં-



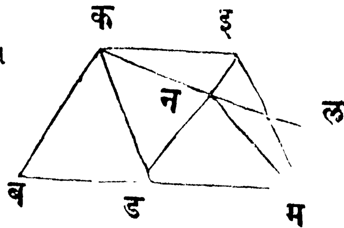
તર લીટીઓની વચ્ચેના (बअक) તથા (बइक) ત્રિકોણો ૩૭ પ્રતિ. પ્ર. બરાબર. પછી ઉપર પ્ર. કરવાથી તે (अल) પણ નહીં થાય માટે (बक) ને સમાંતર (अड) છે એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૪૦ પ્રમેય.

બરાબર પાયા (बड તથા डम) ઉપરના અને તેની એ-કજ તરફના (बकड) તથા डइम) બરાબર ત્રિકોણો એકજ સમાંતર લીટીઓની વચ્ચે થશે.

સિદ્ધતા.

(क) તથા (इ) સાંધ્યાં તો (बम) ને સમાંતર (कइ) થશે. ધારો કે તે નથી તો (कल) છે. न તથા म ને સાંધ્યા ૧ લ સ્વી. કૃ. પ્ર. પ્ર.

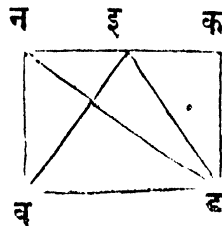


(बम) તથા (कल) સમાંતર લીટીઓની વચ્ચેના (बकड તથા डनम) ત્રિકોણો ૩૮ પ્રતિ પ્ર. એક ૩૫.

પણ ઉપન્યાસમાં (बकड તથા डइम) બરાબર આ-પ્યા છે તેથી (डइम તથા डनम) ૧ લા પ્રત્ય પ્ર. બ-રાબર પણ એ ૯ મા પ્રત્ય પ્ર. થી ઉલટું. માટે (बम) ને સમાંતર (कल) નથી તેમ બીજી કોઇ પણ નથી મા-ટે (कइ) સીધી લીટી છે એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૪૧ પ્રમેય.

એકજ (बड) પાયા ઉપરના અને એકજ સમાંતર સીધી લીટી વચ્ચેના એક ત્રિકોણ કરતાં એક સમાં-તર બાજૂ ચોખૂણ બમણો થશે. ड તથા न ને ૧ લા સ્વી કૃત ૫. પ્ર. સાંધ્યાં તો (बक) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ (डन) કર્ણથી ૩૪ પ્રતિ. પ્ર. દુભગાયો. માટે



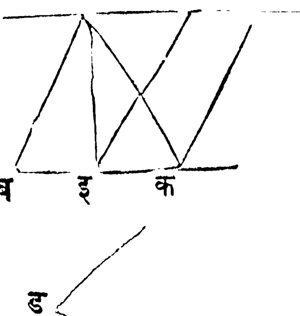
(बनड) ત્રિકોણ કરતાં (बक) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ બમણો. વળી (बनड) તથા (बइड) ત્રિકોણો ૩૭ પ્રતિ. પ્ર. બરાબર તેથી ૬ પ્રત્ય. પ્ર. (बइड) ત્રિકોણ કરતાં (बक) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ બમણો થયો એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૪૨ કૃત્ય.

એક કહેલા (बअक) ત્રિકોણની બરાબર અને જેનો એક ખૂણો કહેલા (ड) ખૂણાની બરાબર થાય એવો એક સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ કરવાનું.

સાધન.

(बक) ને સમાંતર अ બિંદુની પાર એક (अन) સીધી લીટી ૩૧ પ્રતિ. પ્ર. દોરી (बक)ને इ આગળ ૧૦ પ્રતિ. પ્ર. દુભાગી અને अ તથા इ ને ૧ લા સ્વી કૃ. પ્ર. સાંધ્યાં (इक) સીધી લીટીની સાથે इ બિંદુથી કહેલા ड ખૂણાની બરાબર (मइक) ખૂણો ૨૩ પ્રતિ. પ્ર. કર્યો. અને (मइ) ને સમાંતર (कल)સીધી લીટી ૩૧ પ્રતિ. પ્ર. દોરી તો કરવા નો ચોખૂણ (इल)થશે. इ ખૂણો થશે.



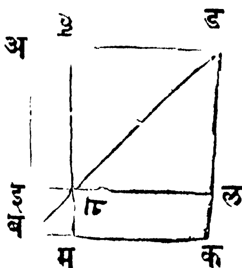
સિદ્ધતા.

(इक અને मल) તથા (मइ અને कल) સીધી લીટીઓ આકૃ. ૨૫. પ્ર. સમાંતર છે તેથી તે (इल) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ થયો. (बअइ તથા इअक) ત્રિકોણો ૩૮ પ્રતિ. પ્ર. બરાબર તેથી (इअक) ત્રિકોણ કરતાં આખો (बअक) ત્રિકોણ બમણો વળી તે (इअक) ત્રિકોણ

કરતાં (इल) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણુ બમણો ૪૧ પ્રતિ; પ્ર. માટે તે (इअक) ત્રિ. ની બમણાઇઓ જે (वअक) ત્રિકોણ તથા (इल) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણુ તે ૬ પ્રત્ય. પ્ર. પ્ર. બરાબર. અને इ ખૂણો તે क ખૂણાની બરાબર છે આકૃ. ૨૫. પ્રમાણે.

પ્રતિજ્ઞા ૪૩ પ્રમેય.

એક (अक) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણુમાં (बड) કર્ણ લીટીની આસપાસના (इम તથા हल) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણુની પૂરવણીઓ (हइ તથા मल) બરાબર થશે.



સિદ્ધતા.

ब તથા ड ને સાંધ્યાં અને (अड) ને અથવા (बक) ને સમાંતર न બિંદુની પાર (इल) સીધી લીટી તે મજ (अब) ને અથવા (कड) ને સમાંતર (मह) સીધી લીટી ૩૧ પ્રતિ. પ્ર. દોરી.

હવે (अक) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણુના (बअड તથા बडक) ત્રિકોણો ૩૪ પ્રતિ. પ્રં. બરાબર. તેમજ (हल) ચોખૂણુના (नहड તથા नडल) ત્રિકોણો, તથા (इम) ચોખૂણુના (बइन તથા बनम) ત્રિકોણો બરાબર.

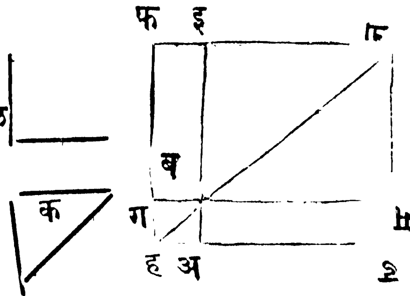
હવે (नहड તથા नडल) બરાબર ત્રિકોણોમાં અનુક્રમે (बइन તથા बनम) બરાબર ત્રિકોણો મેળવ્યા તો તેમના સરવાળા ૨ પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર થયા.

(बअड તથા बडक) બરાબર ત્રિકોણોમાંથી અનુક્રમે (नहड અને बइन) નો સરવાળો તથા (नडल અને

बनम)નો સરવાળો બાદ કર્યો તો બાકી (हइ તથા मल) પૂરવણીઓ બરાબર રહી ૩ પ્રત્ય. પ્રમાણે.

પ્રતિજ્ઞા ૪૪ કૃત્ય.

એક કહેલી (अब) સીધી લીટી ઉપર, એક કહેલા (क) ત્રિકોણની બરાબર અને જેનો એક ખૂણો કહેલા (ल) ખૂણાની બરાબર થાય એવો એક સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ લગાડવાનું.



સાધન.

કહેલા ત્રિકોણની બરાબર અને જેનો એક (गवइ) ખૂણો (ल)ની બરાબર થાય એવો એક (बफ) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ એવી રીતે કર્યો કે તેની (बइ) બાજૂ તે (अब) સીધી લીટીનો વધારો થાય. (फग)ને ह બિંદુ સૂધી ૨ જા સ્વી કૃ. પ્ર. વધારી અને (फइ)ને અથવા गब ને સમાંતર ह થી એક (हड) સીધી લીટી ૩૧ પ્રતિ.પ્ર. દોરી અને ह તથા बने સાંધ્યાં ૧ લા સ્વી કૃ. પ્ર.

(फइ તથા हअ) સમાંતર લીટીઓને (फह) લીટી છેદે છે તેથી (अहफ તથા हफइ) ખૂણાઓનો સરવાળો ૨૯ પ્રતિ. પ્ર. બે કાટખૂણા બરાબર તેથી (बहफ તથા हफइ)નો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો માટે (हब ને તથા फइ) ને વધારતાં न બિંદુ આગળ ૧૨ પ્રત્ય. પ્ર. મળી ગઇ. (हफ)ને અથવા (अइ)ને સમાંતર (नड) સીધી લીટી ૩૧ પ્રતિ. પ્ર. દોરી. (बग) ને म સૂધી ૨ સ્વી. કૃ. પ્ર. વધારી

તો કરવાનો સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ (**अम**) થશે.

સિદ્ધતા.

હવે (**फड**) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણમાં (**बफ** તથા **अम**) પૂરવણીઓ ૪૩ પ્રતિ. પ્ર. બરાબર અને (**बफ** તથા **क**) ત્રિકોણ આકૃ. ૨ચ. પ્ર. બરાબર તેથી ૧ લા પ્રત્ય. પ્ર. (**अम**) ચોખૂણ તથા **क** ત્રિકોણ બરાબર થયા એ સિદ્ધ.

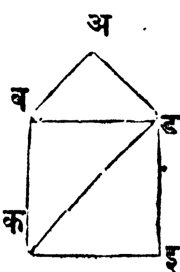
(**गवइ** તથા **अबम**) ખૂણા ૧૫ પ્રતિ. પ્ર. બરાબર અને (**गवइ**) તથા (**ल**) ખૂણા આકૃ. ૨ચ. પ્ર. બરાબર તેથી (**अवम**) તથા (**ल**) ખૂણા ૧ લા પ્રત્ય પ્ર. બરાબર.

પ્રતિજ્ઞા ૪૫ કૃત્ય.

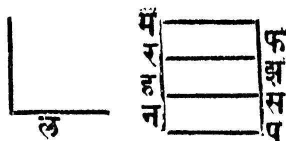
કોઈ પણ (**अडइकव**) સીધી લીટીની આકૃતિની બરોબર અને જેનો એક ખૂણો કહેલા **ल** ખૂણાની બરાબર થાય એવો એક સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ કરવાનું.

સાધન.

(**ब** તથા **ड**) ને અને (**क** તથા **ड**) ને ૧ લા સ્વી કૃ. પ્ર. સાંધ્યાં. (**वअड**) ત્રિકોણની બરાબર અને જેનો એક ખૂણો **ल** ખૂણાની બરાબર થાય એવો એક (**रफ**) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ ૪૨ પ્રતિ. પ્ર. કર્યો તેમાં **र** ખૂણો **ल** ની બરાબર છે. (**कबड**) ત્રિકોણની બરાબર અને જેનો એક ખૂણો **ल** ની બરાબર થાય એવો (**रझ**) સીધી



લીટી સાથે (हझ) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ ૪૪ પ્રતિ. પ્ર. કર્યો. તેમાં हं ખૂણો ल ની બરાબર છે. તેમજ कडइ ની બરાબર (नप) સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ કર્યો તેમાં न ખૂણો ल ની બરાબર છે. તો કરવાનો ચોખૂણ (नफ) થશે અને न ખૂણો ल ની બરાબર થશે.



સિદ્ધતા.

(रझ તથા हप) સમાંતર લીટીઓને (रह) છેદે છે માટે (हरझ) તથા (रहम) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર ૨૯ પ્રતિ. પ્રમાણે અને (झरम તથા रहप) ખૂણાઓ ल ખૂણાની બરાબર છે આકૃ. ૨૫ પ્ર. માટે (झरम તથા रहप) ૧ લા પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર તેથી (हरझ તથા झरम) નો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર તેથી (मर તથા रह) સીધી લીટી મળીને मह સીધી લીટી ૧૪ પ્રતિ. પ્ર. થઈ. તેમજ (रहप નો તથા नहप) નો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર કરી (मह તથા हन) મળીને એક मन સીધી લીટી કરવી જોઈએ.

(मन તથા झप) સમાંતર લીટીઓને (रझ) લીટી છેદે છે તેથી (हरझ તથા रझप) નો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર ૨૯ પ્રતિ. પ્ર. તેમજ (मन તથા फझ) સમાંતર લીટીઓને (रझ) છેદે છે તેથી (हरझ તથા रझफ) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર હવે ઉપલા સરવાળામાંથી (हरझ) બાદ કરી તેની બરાબરનો (रझफ) ઉમેર્યો તો (र झ फ તથા र झ प) નો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર તેથી (फ झ તથા झप) મળીને એક फप સીધી

લીટી ૧૪ પ્રતિ. પ્ર. થઈ. તેમજ (**फप** તથા **पस**) ને મેળવી (**फस**) આખી લીટી કરવી જોઇએ.

(**म न** તથા **फ स**) સમાંતર લીટીઓ છે કેમકે તેઓ સમાંતર બાજૂ ચોખૂણુની (**मर** તથા **फज्ञ**) બાજૂના વધારા છે માટે; (**मफ** તથા **रज्ञ**) સમાંતર લીટીઓ ૩૪ પ્રતિ.પ્ર. તથા(**रज्ञ** તથા **हप**)પણ તેજ પ્ર. સમાંતર તેથી (**मफ** તથા **लप** લીટીઓ ૩૦ પ્રતિ. પ્ર. સમાંતર અને (**हप** તથા **नस**) લીટીઓ ૩૪પ્રતિ. પ્ર. સમાંતર તેથી ૩૦ પ્રતિ. પ્ર. **मफ** તથા **नस**) બાજૂઓ સમાંતર સીધી લીટીઓ, તેથી કરવાનો સમાંતર બાજૂ ચોખૂણુ (**नफ**) થયો એ સિદ્ધ.

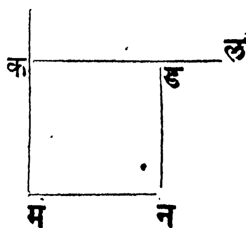
તેમાં **न** ખૂણો **ल** ખૂણાની બરાબર છે આકૃ. ૨૯ ચ. પ્રમાણે.

પ્રતિજ્ઞા ૪૬ મી કૃત્ય.

એક કહેલી (**मन**) સીધી લીટી ઉપર એક ચોરસ કરવાનું.

સાધન.

(**मन**) લીટીના **म** છેડાથી ૧૧ પ્રતિ. પ્ર. (**मब**) લંબ ચડાવ્યો અને તેમાંથી (**मन**) ની બરાબર **म** થી (**मक**) ભાગ ૩ પ્રતિ. પ્ર. કાપ્યો અને **क** બિંદુથી (**मन**) ને સમાંતર (**कल**) સીધી લીટી ૩૧ પ્રતિ. પ્ર. દોરી. અને તેમાંથી (**मन**) ની બરાબર **क** થી (**कड**) ભાગ ૩ પ્રતિ. પ્ર. કાપ્યો. **ड** બિંદુથી (**मक**) ને સમાંતર (**डन**) સીધી લીટી ૩૧ પ્રતિ. પ. દોરી તો કરવાનો ચોરસ (**मड**) થશે.



સિદ્ધતા.

(मन તથા कड) અને (मक તથા डन) સીધી લીટીઓ આકૃ. ૨૫. પ્ર. સમાંતર છે. તેથી તે मड સમાંતરબાજૂ ચોખૂણુ. હવે (मन)ની બરાબર (मक તથા कड) લીટીઓ આકૃતિ. ૨૫. પ્ર. છે તેથી તે ૧ લા પ્ર. બરાબર. અને (मक તથા डन) ૩૪ પ્રતિ. પ્ર. બરાબર તેથી તે ચારે ૧ લા પ્રત્ય પ્ર. પ્ર. બરાબર તેથી मड સમાંતરબાજૂ ચોખૂણુ, ૩૦ વ્યાખ્યા પ્ર. લોઝેંજ થયો.

मन સીધી લીટી ઉપર (म क) લંબ છે તેથી (नमक) ખૂણો કાટખૂણો ૧૦ વ્યાખ્યા પ્ર. (नमक તથા कडन) ખૂણા ૩૪ પ્રતિ. પ્ર. બરાબર તેથી તે (कडन) પણ કાટખૂણો; (मन તથા कड) સમાંતર લીટીઓને मक છેદે છે તેથી (नमक તથા मकड) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર ૨૯ પ્રતિ. પ્ર. અને (नमक) કાટખૂણો તેથી (मकड) પણ કાટખૂણો; અને તેની સામેનો (डनम) ખૂણો ૩૪ પ્રતિ પ્ર. બરાબર માટે તે પણ કાટખૂણો તેથી તે ચારે કાટખૂણા ૧૧ પ્રત્ય પ્ર. બરાબર માટે (म ड) લોઝેંજ ૩૧ વ્યાખ્યા પ્ર. ચોરસ થયો એ સિદ્ધ.

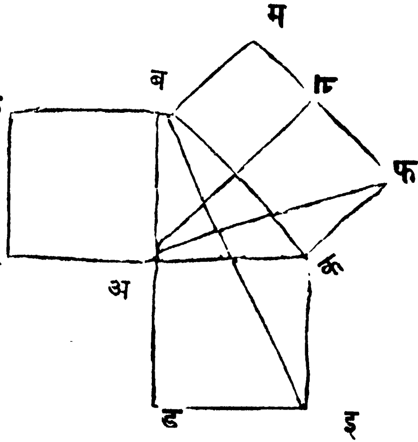
પ્રતિજ્ઞા. ૪૭ પ્રમેય.

કોઈ પણ (बअक) કાટખૂણું ત્રિકોણમાં કાટખૂણા સામેના (बक) કર્ણનો વર્ગ, કાટખૂણો કરનારી (अब તથા अक) બાજૂઓના વર્ગોના સરવાળા બરાબર થશે.

સિદ્ધતા.

(अब, अक તથા बक) બાજૂઓ ઉપર અનુક્રમે (बद,

अइ તથા बफ) ચો રસો ૪૬ પ્રતિ પ્ર. કર્યા.(बम) ને અથ-વા(कफ)ને સમાં-લ તરअ બિંદુથી (अन) લીટી ૩૧ પ્ર-તિ. પ્ર. દોરી. ब તથાइ ને અને अ તથા फ ને ૧ લા- ह સ્વીકૃ. પ્ર. સાંધ્યાં.



(अकफ તથા बकइ) ત્રિકોણુમાં (बक તે कफ) ની અને (कइ તે अक) બાજૂની બરાબર કેમકે ચોરસની બાજૂઓ છે માટે અને (बकइ) ખૂણો તે (अकफ) ખૂણાની બરાબર કેમકે (बकफ તથા अकइ) ખૂણા, ચોરસના ખૂણા માટે કાટખૂણા તેથી ૧૧ પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર, તેમાં સામાન્ય (ब कअ) ખૂણો ઉમેર્યો તો (बकइ તે अकफ) નીં બરાબર તેથી બંને ત્રિકોણો ૪ પ્રતિ. પ્ર. એક ૩૫.

(कफ) પાયા ઉપરના અને (अन) સમાંતર લીટી વચ્ચેના अकफ) ત્રિકોણ કરતાં (कन) ચોખૂણ ૪૧ પ્રતિ. પ્ર. બમણો તેમજ (बकइ) ત્રિકોણ કરતાં कड) ચોરસ બમણો તેથી बकइ તથા अकफ) બરાબર ત્રિકોણો-ની બમણાઈઓ જે (कन) ચોખૂણ તથા તથા (कड) ચો-રસ તે બંને ૬ ઠા પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર

તેવીજ રીતે (बह) ચોરસ તે (बन) સમાંતર બા-જૂ ચોખૂણની બરાબર કરી શકાય.

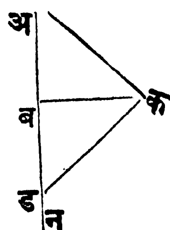
હવે (कड) ચેારસ, (कन) ચેાખૂણુની બરાબર તથા (बह) ચેારસ (बन, ચેાખૂણુની બરાબર થયા તેથી (कड તથા बह) ચેારસને સરવાળેા, (कन તથા बन) ચેાખૂણુના સરવાળાની બરાબર ૨ પ્રત્ય પ્રમાણે અને (क-न) તથા (बन) ચેાખૂણુ મળીને (बफ) ચેારસ થયેા છે. ભૂમિતિમાં ચેારસને વર્ગ કહેછે તેથી (बक) બાજૂને વર્ગ જે (बफ) ચેારસ તે (अक) તથા (अब બાજૂના) વર્ગ જે (कड તથા बह) ચેારસેા તેના સરવાળાની બરા-બર થયા એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૪૮ પ્રમેય.

એક अबक ત્રિકેાણુની એક (अक) બાજૂને વર્ગ બીજી બે (अब તથા बक) બાજૂના વર્ગોના સરવાળા બ-રાબર હેાય તેા (अक) બાજૂ સામેનેા (अबक) કાટખૂણેા થશે

સિધ્ધતા.

(बक) બાજૂનાં (ब) બિંદુથી (बन) લંબ ૧૧ પ્રતિ. પ્ર. દેાર્યો અને તેમાંથી (अब) ની બરાબર (बड) ભાગ ૩ પ્રતિ. પ્ર. કાપ્યેા અને (ड તથા क) ને ૧ લાસ્વી ક્ષૃ. પ્ર. સાંધ્યાં.



(बड) લબંછે તેથી (डबक) કાટખૂણેા ૧૦ વ્યાખ્યા પ્ર. તેથી તેની સામેની (डक) બાજૂને વર્ગ (बक) તથા (बड) બાજૂના વર્ગોના સરવાળા બરેાબર ૪૭ પ્રતિ. પ્ર. હવે (बड તથા अब) બાજૂએ આકૃતિ ૨૫.પ્ર. બરાબરછે તેથી (अब તથા बक) બાજૂના વર્ગોનેા સરવાળેા (डक) બા-જૂના વર્ગની બરાગર પણુ પણુ ઉપન્યાસમાં તે બેને સર-

વાળો (अक) બાજૂના વર્ગની બરાબર આપ્યો છે તેથી (डक) નો વર્ગ अक) ના વર્ગની બરાબર તેથી તેમનાં વર્ગ મૂળો જે (डक તથા अक) બાજૂઓ તે બરાબર થઈ.

હવે [अबक] તથા (डबक) ત્રિકોણોની ત્રણ બાજૂઓ અરસ્પરસ બરાબર થઇ માટે તે બંને ત્રિકોણો ૮ પ્રતિ પ્ર. બરાબર તેથી (डक) બાજૂ સામેનો (डबक) ખૂણો તે (अक) બાજૂ સામેના [अबक] ખૂણાની બરાબર અને (डबक) કાટખૂણો માટે (अबक) પણ કાટખૂણો થયો એ સિદ્ધ.

તારવણી.

કૃત્ય પ્રતિજ્ઞા—૧, ૨, ૩, ૯, ૧૦, ૧૧, ૧૨, ૨૨, ૨૩, ૩૧, ૪૨, ૪૪, ૪૫, ૪૬.

પ્રમેય પ્રતિજ્ઞાઓ-૪, ૫, ૬, ૭, ૮, ૧૩, ૧૪, ૧૫, ૧૬, ૧૭, ૧૮, ૧૯, ૨૦, ૨૧, ૨૪, ૨૫, ૨૬, ૨૭, ૨૮, ૨૯, ૩૦, ૩૨, ૩૩, ૩૪, ૩૫, ૩૬, ૩૭, ૩૮, ૩૯, ૪૦, ૪૧, ૪૩, ૪૭, ૪૮.

કૃત્ય પ્રતિજ્ઞાઓ ૧૪ છે અને પ્રમેય પ્રતિજ્ઞાઓ ૩૪ છે.

ઉલટી સિદ્ધતાથી થાય તેવી—૬, ૧૪, ૧૯, ૨૫, ૪૦ આ મુખ્યત્વે છે.

એ ત્રિકોણો એકરૂપ કરવાને ૪, ૮, ૨૬ મી પ્રતિજ્ઞાઓ છે.

ત્રિકોણના બાજૂવાર પ્રકાર—સમ બાજૂ ત્રિકોણ, સમદ્વિ બાજૂ ત્રિકોણ, વિષમ બાજૂ ત્રિકોણ.

ખૂણાવાર પ્રકાર—કાટખૂણુ, પહોળખૂણુ ત્રિકોણ, સાંકડખૂણુ ત્રિકોણ.

એક બીજાથી ઉલટી—૫ અને ૬, ૧૮ અને ૧૯, ૨૪ અને ૨૫, ૨૭ તથા ૨૮ અને ૨૯, ૪૭ અને ૪૮ મુખ્યત્વે આ જોડકાં છે.

ભૂમિતિનો ઉપયોગ.

૧. પર્વતો વગેરેની માપણીમાં. ૨. આકાશી પદાર્થોનાં અંતર જાણવામાં. ૩. જમીનની માપણીમાં. ૪. મનને આનંદ પમાડવા વગેરે કેટલીક બાબતોમાં ઉપયોગ પડે છે.

ભૂમિતિની પ્રતિજ્ઞા લખવાની રીત—

પહેલું પ્રતિજ્ઞાનું નામ અને જાત, પછી મથાળું પછી કૃત્ય હોય તો સાધન અને પછી સિદ્ધતાનો વિષય આવે, બિંદુ એકાક્ષરથી, લીટી બે અક્ષરથી, ખૂણો કે ત્રિકોણ ત્રણ અક્ષરથી, ચોખૂણ સામ સામેના બે અક્ષરથી બહુ ખૂણુ બહુ અક્ષરોથી લખવા જોઇએ.

ખૂણો લખવામાં એટલું યાદ રાખવું જોઇએ કે જે ખણો દરશાવવો હોય તેનો મથાળાનો અક્ષર વચ્ચે લખાય. કેટલીક વખતે ખૂણો એકાક્ષરથી લખાય છે.

પ્રશ્નો.

(૧) ૪, ૧૫, ૨૨, ૩૦ એ વ્યાખ્યાઓ બોલો?

(૨) સફાઇ કાટખૂણો આકૃતિ, વ્યાસ, વિષમ બાજૂ ત્રિકોણની વ્યાખ્યા અને તે કેટલામી તે કહો?

(૩) સાંકડખૂણુ ત્રિકોણ, સાંકડોખૂણો, સમાંતર સીધી લીટીઓની વ્યાખ્યા આપો?

(૪) ૩ (સ્વીકૃત પક્ષ), અને ૩, ૬, ૮ ને ૧૦ એ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણે બોલો અને સમજાવો?

(૫) લીટી અને ખૂણા કેટલી જાતના છે, ત્રાપીજ્યમ અને ત્રાપીજોઈડમાં ફેર શો?

(૬) ૨, ૭, ૧૩, ૧૬, ૨૨, ૨૬, ૨૯ એ પ્રતિજ્ઞાઓ સિદ્ધ કરો.

(૭) ૨૬ મી પ્રતિજ્ઞાનો "સરૂપ સ્થિતિ" શબ્દ સમજાવો.

(૮) ત્રિકોણની બે બાજૂનો સરવાળો એક બાજૂ કરતાં મોટો છે એમ સિદ્ધ કરો.

(૯) ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણનો સરવાળો બેકાટખૂણા બરાબર કરી બતાવો.

(૧૦) એક પાયા ઉપરના અને એકજ સમાંતર સીધી લીટી વચ્ચેના એક ત્રિકોણ કરતાં, સમાંતર બાજૂ ચોખૂણ બમણો કરો.

(૧૧) ૪૨ મી પ્રતિજ્ઞા, કઇ પ્રતિજ્ઞાનો ભાગ છે.

(૧૨) સોળમી તથા સતરમીનો સમાસ કઈ પ્રતિજ્ઞામાં છે.

(૧૩) ૩૭, ૪૩ અને ૪૫ પ્રતિજ્ઞાઓ સિદ્ધ કરો.

(૧૪) એક અંતવાન સીધી લીટી ઉપર એક ચોરસ બનાવો.

(૧૫) ૪૭ મી સિદ્ધ કરો અને તે પ્રતિજ્ઞા કઈ પ્રતિજ્ઞાથી ઉલટી છે એ સમજાવો.

(૧૬) ૯. ૧૩, ૨૩, ૩૪, ૩૯, ૪૩, ૪૭ આ પ્રતિજ્ઞાઓ કઇ જાતની છે.

(૧૭) સમ અને વિષમ પરિમિતો સમજાવો.

(૧૮) કૃત્ય, પ્રમેય, સિદ્ધતા એ શબ્દોની વ્યાખ્યા આપો.

(૧૯) સઘળા કાટખૂણા બરાબર છે એ સિદ્ધ કરો. (૧૧ મું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ)

(૨૦) એક ત્રિકોણની એક બાજૂ ૨૫ ફુટ, બીજી ૨૨ ફૂટ અને ત્રીજી ૩૩૦ ફૂટ છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ કેટલું (૨૦ મી પ્રતિજ્ઞાથી)

બારમું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ.—

ધારોકે જે તરફના બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં મોટો હોય તે તરફ વધારતાં મળે તો તે મળવાથી જે ત્રિકોણ થયો તેના કહેલા બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાથી ઓછો થવો જોઇએ ૧૭મી પ્રતિ. પ્ર. પણ ઉપન્યાસમાં મોટો આપ્યો છે માટે તે તરફ વધારતાં ન મળે અને ઓછા તરફ વધારતાં મળે એ સિદ્ધ.

અગીઆરમું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ.

(**अड** તથા **बक**) સીધી લીટીઓ ઉપર (**हग** તથા **इफ**) લંબો છે એમ ધાર્યું.

હવે **बइ** લીટીમાં **न** બિંદુ લીધું, અને **नइ** ની બરાબર **इप** ભાગ ૩જી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે કાપ્યો. અને તેની બરાબર **मह** તથા **हल** ભાગ તેજ પ્રમાણે કર્યા.

न મધ્ય બિંદુ ધારી **नप** ત્રિજ્યાએ ૩જા સ્વી કૃ. પ. પ્ર. ગોળ દોર્યો. હવે **मल** લીટીને **नप** ઉપર એવી રીતે મૂકી કે **म** બિંદુ **न** ઉપર પડે તો **ल** બિંદુ કોઇ પણ સ્થિતિમાં **प** ઉપર પડવું જોઇએ, કેમકે **नप** અને **मल** બરાબર છે. તેમજ **ह** તે **इ** ઉપર પડ્યું.

હવે **इफ** તથા **हग** લંબો એકજ દિશાએ મૂકેલા છે માટે **हग** પણ **इफ** ઉપર તેજ દિશાએ પડવો જોઇએ જો ન પડે તો, ધારો કે **हग** તે **इर** સ્થળે પડેછે તો તેથી **रइप** તથા **रइन** ખૂણા ૧૦ મી વ્યાખ્યા પ્ર. બરાબર તેથી **फइन** કરતાં **रइप** મોટા, તેમ તેના કરતાં **रइन** પણ મોટા. અને **फइन** તથા **फइप** ખૂણા ૧૦ મી વ્યાખ્યા પ્ર. બરાબર છે માટે **रइन** ખૂણો **फइप** કરતાં પણ મોટા પણ એ ૯મા પ્રત્ય. પ્ર.થી ઉલટું માટે **हग** લંબ **इर** તેમજ બીજે કોઇપણ સ્થળે પડતો નથી માટે **इफ** ઉપર પડયો એ સિદ્ધ તેથી તે લંબો મળ્યા માટે તેની આસપાસના કાટખૂણા પણ મળ્યા એ સિદ્ધ.

સમાપ્ત.

જાહેર ખબર.



ગૂજરાતી બીજા, ત્રીજા, ચોથા અને પાંચમા ધોરણને ઉપયોગી ડિકટેશનની નોટ છપાય છે જેમાં વાંચનના સાતે ચોપડીઓના પાઠના મથાળાના અને અંદરનાં અઘરા શબ્દો, બીજા ધોરણને સારૂ ગૂજરાતીની સાથે બાળબોધ શબ્દો તારવી આપ્યાછે. વળી હરેક ધોરણવાર અઘરા શબ્દોનાં કેટલાંક વાક્ય બનાવી ગોઠવ્યાં છે. છેવટે કેટલાક કઠીણ જોડાક્ષર દરશાવ્યા છે.

કિંમત ફકત બે આના, ટપાલખર્ચ અર્ધો આનો. દશે એક ભેટ. વીશ ઉપરાંત ટપાલખર્ચ માફ. રોકડી કિંમતે કર્ત્તા પાસેથી મંગાવી લેવા ચૂકશો નહીં.

વાંકાનેર—પ્રાંત ઝાલાવાડ.

